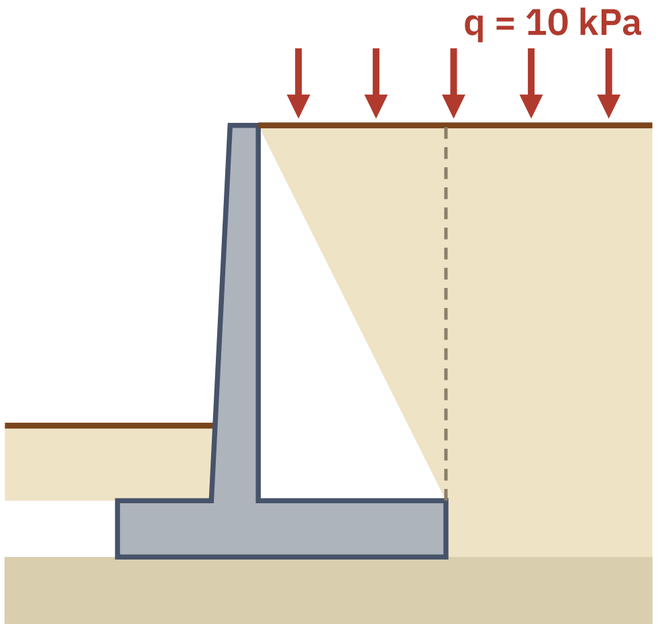
Presentación de clase de geotecnia · Muros de contención

Muro de contención en voladizo

Clase: estabilidad externa del muro de contención en voladizo de hormigón armado (deslizamiento, vuelco, capacidad portante) y esfuerzos seccionales en el fuste, la puntera y el talón; bloque del talón, empuje de tierras, agua, sismo, dentellón y repisa de alivio de presiones; ejemplo resuelto sobre cada tema.

- Fuste + losa de base
- Deslizamiento · vuelco · capacidad portante
- Esfuerzos en el fuste, la puntera y el talón
- Dentellón · repisa de alivio de presiones
- Agua y sismo



Introducción

¿Qué aprenderemos en esta clase?

Muro en voladizo: **fuste + losa de base** (puntera L_t, talón L_h), hallar su peso y su centro de gravedad a partir de las partes

El **bloque de suelo** sobre el talón y el **plano vertical de presiones** en el borde posterior de la base; empuje activo, sobrecarga y resistencia pasiva frontal

Leer las comprobaciones de **deslizamiento, vuelco, excentricidad y capacidad portante** y la situación sísmica (Mononobe–Okabe + inercia)

Los esfuerzos cortantes y momentos flectores de las losas de la puntera y del talón a partir de la **presión en la base**, y los del **fuste** a partir del empuje

Cómo la **llave de corte** y la **repisa de alivio de presiones** aumentan la seguridad; el efecto del agua y de la subpresión

Ver **cómo se revisa** una sección que no cumple (deslizamiento y excentricidad bajo sismo)

DESARROLLO DE LA CLASE

Cada tema se desarrolla en **tres pasos**:

1 · **Teoría**: ¿cuál es la regla y por qué es así?

2 · **Enunciado**: datos y se pide

3 · **Solución**: paso a paso, con números

Todo se refiere a 1.00 m de longitud de muro. Ejemplo: fuste de H = 4.0 m, losa de base de 0.60 m, muro de hormigón armado de B = 3.5 m (24 kN/m³), q = 10 kPa.

Fuste, losa de base y estructura de la puntera

TEORÍA

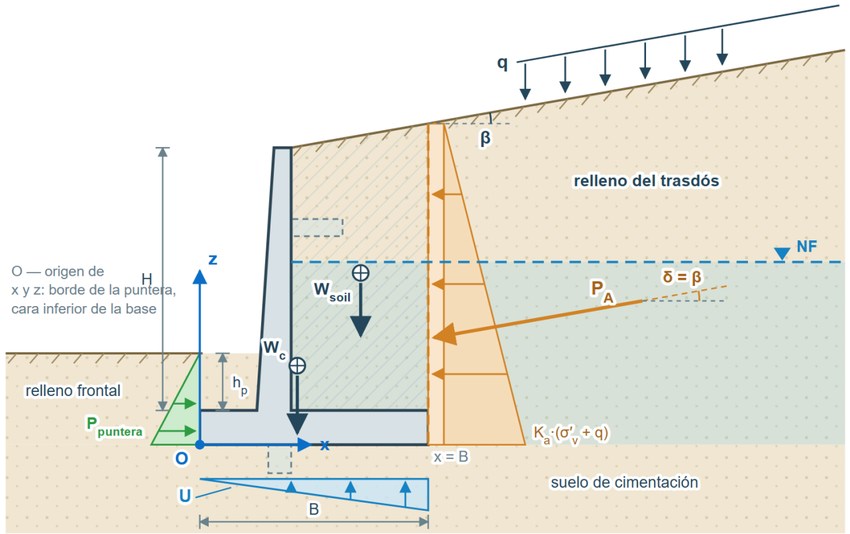
El muro en voladizo resiste también el deslizamiento y el vuelco **mediante el peso del terreno situado sobre la losa de base**: no solo el peso propio del muro, sino también el bloque de terreno situado sobre el talón es estabilizador. Módulo:

$$B = L_t + t_b + L_h \qquad z_T = t_f + H$$

Fuste: altura H; espesor t_t en la parte superior, t_b en la inferior (trasdós vertical, paramento frontal inclinado); **losa de base**: espesor t_f, puntera L_t, talón L_h; hormigón 24 kN/m³.

Terreno: relleno sin cohesión (c′ = 0), superficie horizontal o inclinada, sobrecarga q, nivel freático y, delante, sobre la losa de base, un relleno de altura h_p.

Opciones: dentellón, repisa de alivio de presiones; **comprobaciones**: deslizamiento, vuelco, excentricidad, capacidad portante; **esfuerzos en las secciones**: fuste, punta, talón, repisa, dentellón.



Losa de base + rectángulo del fuste + triángulo del fuste

TEORÍA

El peso del muro se divide en tres figuras sencillas (de área y centro de gravedad conocidos); su momento respecto a la puntera es estabilizador:

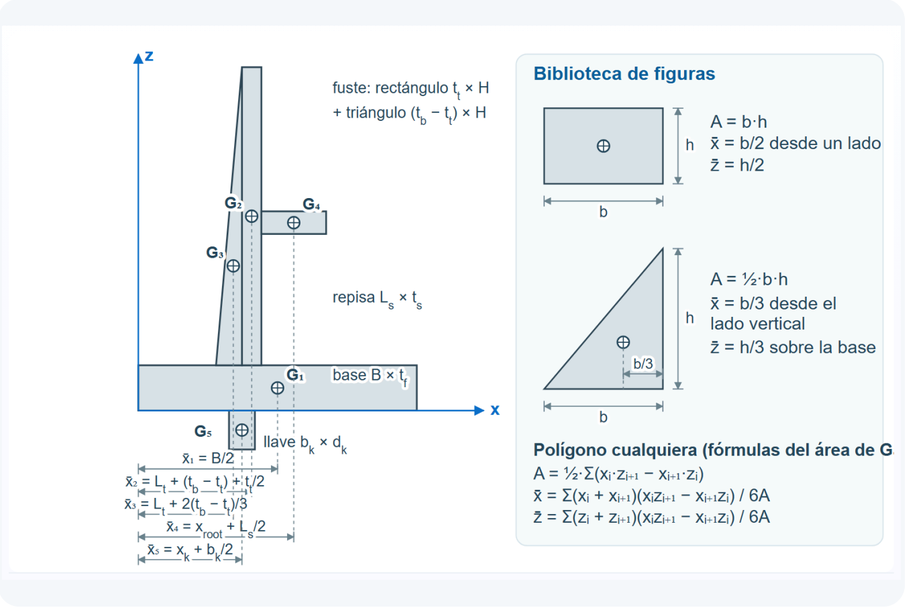
$$W_i = \gamma_c A_i \qquad W_c = \sum W_i \qquad \bar{x}_c = \frac{\sum W_i \bar{x}_i}{W_c} \qquad \bar{z}_c = \frac{\sum W_i \bar{z}_i}{W_c}$$

Placa base: A = B t_f, $\bar{x}$ = B/2, $\bar{z}$ = t_f/2.

Rectángulo del fuste (adosado al trasdós): A = t_tH, $\bar{x}$ = L_t + (t_b − t_t) + t_t/2, $\bar{z}$ = t_f + H/2.

Triángulo del fuste (inclinación frontal): A = ½(t_b − t_t)H, $\bar{x}$ = L_t + 2(t_b − t_t)/3, $\bar{z}$ = t_f + H/3.

En la tabla de fuerzas el muro es una sola partida: F_z = −W_c en $\bar{x}_c$; $\bar{z}_c$ se utiliza solo para la inercia horizontal (sismo).



Enunciado

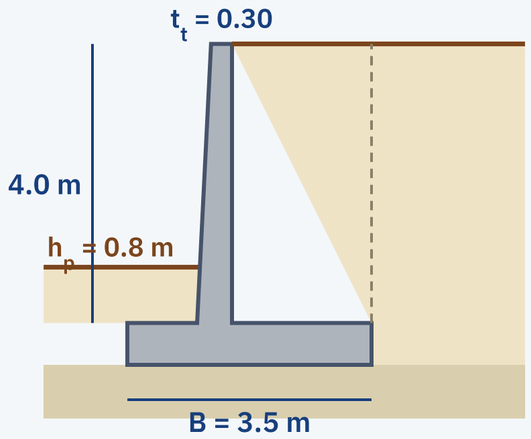
EJEMPLO

SE PIDE

Área, peso y posición de las tres partes; $\mathbf{W_C}$, $\mathbf{\bar{x}_C}$, $\mathbf{\bar{z}_C}$.

Datos

Sección	$H = 4.0$ **m;** $t_t = 0.30$**,** $t_b = 0.50$ **m;** $L_t = 1.00$**,** $L_h = 2.00$ **m;** $t_f = 0.60$ **m (B = 3.5 m)**
Material	**hormigón armado:** $\gamma_c = 24\ \mathrm{kN/m^3}$



Solución

SOLUCIÓN

1 Partes (p. ej., triángulo: A = ½(0.50 − 0.30)(4.0) = 0.40; $\bar{x}$ = 1.00 + 2(0.20)/3 = 1.133; $\bar{z}$ = 0.60 + 4.0/3 = 1.933)

Pieza	A (m²)	$\bar{x}$ (m)	$\bar{z}$ (m)	W = 24A (kN/m)	W·$\bar{x}$	W·$\bar{z}$
Losa de base	2.100	1.750	0.300	50.40	88.20	15.12
Rectángulo del fuste	1.200	1.350	2.600	28.80	38.88	74.88
Triángulo del fuste	0.400	1.133	1.933	9.60	10.88	18.56
Total				**88.80**	**137.96**	**108.56**

2 Centro de gravedad

$$\bar{x}_c = \frac{137.96}{88.80} = \mathbf{1.554}\ \text{m} \qquad \bar{z}_c = \frac{108.56}{88.80} = \mathbf{1.223}\ \text{m}$$

El peso del muro es **W_c = 88.80 kN/m**, a $\bar{x}_c$ = 1.55 m de la puntera y $\bar{z}_c$ = 1.22 m de la base; su momento es M = −137.96 kN·m/m (estabilizador).

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Terreno y plano de presión que se desplazan junto con el muro

TEORÍA

El terreno situado sobre el talón de la losa de base no puede deslizar respecto de la losa: si el muro se mueve, se mueve **junto con ella**. Los planos de rotura parten **del borde posterior del talón**, no del trasdós del fuste. Cuerpo libre = muro + bloque del talón; su cara exterior es el **plano vertical de presión** en x = B (terreno contra terreno: sin fricción muro-terreno, empuje δ = β):

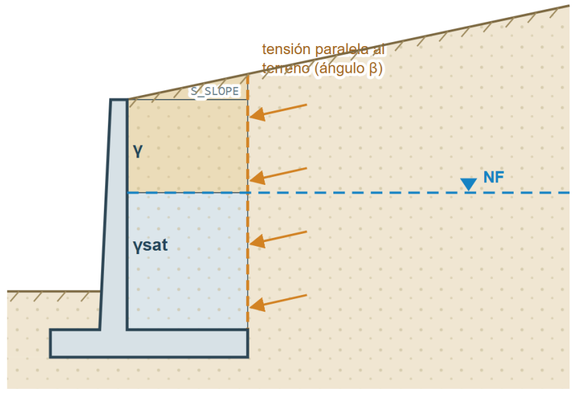
Peso del bloque del talón $W_s = \gamma\, L_h\, H$ (se divide en zonas húmedas/saturadas; como se trabaja con tensiones totales, bajo el agua se emplea γ_{sat} y el empuje del agua se considera una partida aparte).

En la puntera, el relleno sobre la losa de base (h_p) se mueve con la losa: carga vertical W_{toe}.

La sobrecarga sobre el talón $\mathbf{Q_{heel} = qL_h}$ es favorable pero, al tratarse de una carga que puede no existir, **no interviene en ninguna comprobación**; su efecto lateral se contabiliza siempre.

Altura del plano de presión $h = t_f + H$ (incluido el ascenso de la superficie).

Plano vertical en el borde del talón (todos los métodos)



Enunciado

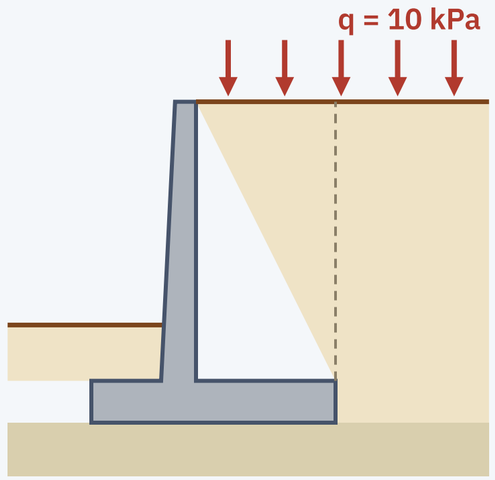
EJEMPLO

Datos

Muro	**Sección del Ejemplo 1; altura del relleno delantero $h_p = 0.80$ m (sobre la losa de base)**
Suelo	**relleno seco: $\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$, $\varphi' = 30°$; superficie horizontal**
Sobrecarga	$q = 10$ **kPa**

SE PIDE

Peso y posición del bloque del talón; **relleno frontal**; $\mathbf{Q_{heel}}$; carga vertical total N.



Solución

SOLUCIÓN

1 Bloque del talón (rectángulo L_h × H, detrás del fuste)

$$A_s = L_h H = 2.00(4.0) = 8.0\ \text{m}^2 \qquad W_s = 18(8.0) = \mathbf{144.0}\ \text{kN/m}$$

$$\bar{x}_s = L_t + t_b + \tfrac{L_h}{2} = 2.50\ \text{m} \qquad \bar{z}_s = t_f + \tfrac{H}{2} = 2.60\ \text{m}$$

2 Relleno frontal (trapecio: L_t = 1.00 en la base, $x_{del}(h_p)$ = 1.04 en la parte superior) y sobrecarga

$$A_{toe} = \tfrac{1}{2}(1.00 + 1.04)(0.80) = 0.816\ \text{m}^2 \quad W_{toe} = 18(0.816) = \mathbf{14.69}\ \text{kN/m}\ (\bar{x} = 0.510)$$

$$Q_{heel} = qL_h = 10(2.00) = \mathbf{20.0}\ \text{kN/m}\ (\text{no entra en ninguna comprobación})$$

N = W_c + W_s + W_{toe} = 88.80 + 144.00 + 14.69 = **247.49 kN/m**; Q_{heel} = 20.00 kN/m es la partida «no utilizada» de la tabla.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Empuje en el plano vertical, sobrecarga y pasivo combinado

TEORÍA

El plano de presiones se sitúa a la altura h = t_f + H. Como el relleno es horizontal y δ = β = 0, Rankine = Coulomb:

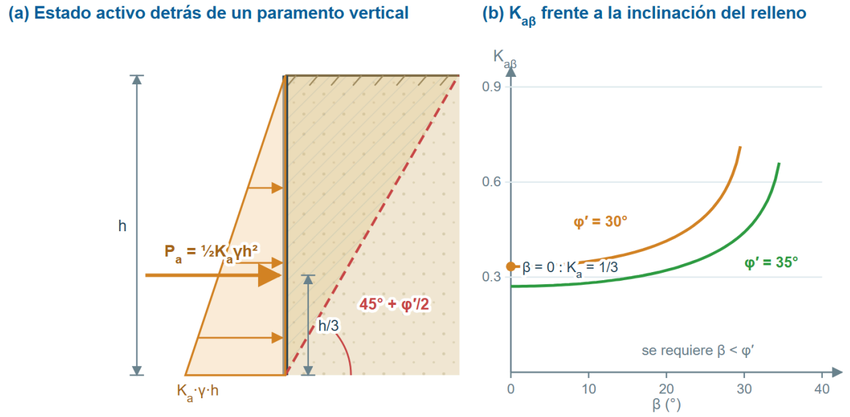
$$K_a = \frac{1-\sin\varphi'}{1+\sin\varphi'} \qquad P_A = \tfrac{1}{2}K_a\gamma h^2\ (h/3) \qquad P_Q = K_a q h\ (h/2)$$

En un terraplén inclinado, la tensión sobre el plano es paralela a la superficie ($K_{a\beta}$) y la componente vertical del empuje es estabilizadora. Resistencia frontal (solo en el deslizamiento):

$$K_{mob} = wK_p + (1-w)K_0 \qquad P_P = \tfrac{1}{2}K_{mob}\gamma D_p^2\ (D_p/3) \qquad D_p = t_f + h_p$$

w = 1/3 es el valor predeterminado; si el suelo delantero puede ser retirado, el crédito se reduce con h_p = 0 o con h_{ignore}; **en el vuelco y en la capacidad portante no se utiliza la resistencia delantera**.

Los detalles (equivalencia Rankine/Coulomb, K_{mob}, h_{ignore}) se encuentran en la presentación del muro de contención de gravedad.



Enunciado

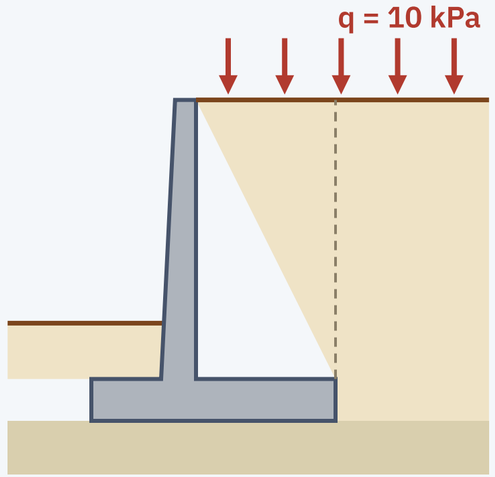
EJEMPLO

SE PIDE

P_A, P_Q, P_P y el momento de vuelco respecto a la puntera.

Datos

Muro y terreno	**El muro de los Ejemplos 1–2: h = t_f + H = 4.60 m;** $\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$, $\varphi' = 30°$; **superficie horizontal;** $q = 10$ **kPa**
Terreno delantero	$D_p = t_f + h_p = 1.40$ **m; w = 1/3**



Solución

SOLUCIÓN

1 K_a = 0.3333; empujes (h = 4.60 m)

$$P_A = \tfrac{1}{2}K_a\gamma h^2 = \tfrac{1}{2}(0.3333)(18)(21.16) = \mathbf{63.48}\ \text{kN/m}\ \ (z = 1.533\ \text{m})$$

$$P_Q = K_a q h = 0.3333(10)(4.6) = \mathbf{15.33}\ \text{kN/m}\ \ (z = 2.30\ \text{m})$$

2 Resistencia frontal: K_{mob} = ⅓(3.00) + ⅔(0.50) = 1.333

$$P_P = \tfrac{1}{2}(1.333)(18)(1.40)^2 = \mathbf{23.52}\ \text{kN/m}\ \ (z = D_p/3 = 0.467\ \text{m})$$

3 Empuje horizontal y momento de vuelco (respecto a la puntera)

$$\Sigma H_{drive} = 63.48 + 15.33 = \mathbf{78.81}\ \text{kN/m}$$

$$M_o = 63.48(1.533) + 15.33(2.30) = 97.34 + 35.27 = \mathbf{132.60}\ \text{kN·m/m}$$

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Cuatro comprobaciones a partir de la misma tabla de fuerzas

TEORÍA

$$FS_s = \frac{\mu_b N + P_{toe}}{\Sigma H_{drive}} \qquad FS_o = \frac{\Sigma M_{res}}{\Sigma M_{ov}} \qquad x_R = -\frac{\Sigma M}{V} \qquad e = \frac{B}{2} - x_R$$

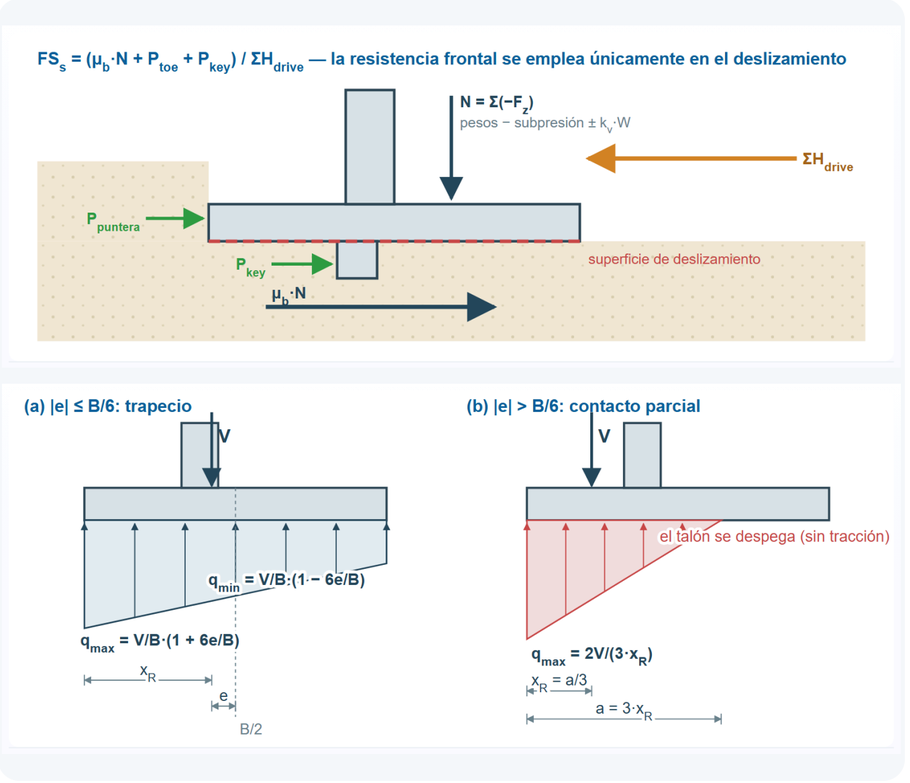
$$|e| \le \frac{B}{6}: \quad q_{max,min} = \frac{V}{B}\left(1 \pm \frac{6e}{B}\right) \qquad |e| > \frac{B}{6}: \quad q_{max} = \frac{2V}{3x_R}$$

Deslizamiento: N es la fuerza normal efectiva (sin Q_{heel}, descontada la subpresión); $\mu_b = \tan \delta_b$; sin adherencia.

Vuelco: respecto a la punta (la esquina inferior delantera de la losa de base); las componentes $-zF_x$ y xF_z de cada partida se cuentan con su propio signo; la resistencia frontal no interviene.

Capacidad portante: si la resultante está en el tercio central de la base ($|e| \le B/6$), la base está totalmente en contacto; en caso contrario, el suelo no puede resistir tracción y solo está en contacto una longitud $a = 3x_R$.

Se requiere: en estático $FS_s \ge 1.5$, $FS_o \ge 2.0$; en sismo ≥ 1.1; $q_{max} \le q_{all}$.



Enunciado

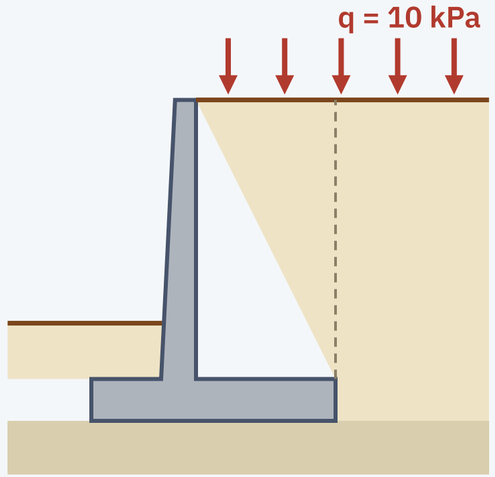
EJEMPLO

Datos

Muro y cargas	**El muro de los Ejemplos 1–3:** $B = 3.5$ **m;** $W_c = 88.8,\ W_s = 144.0,\ W_{toe} = 14.69\ \mathrm{kN/m}$**;** $P_A = 63.48,\ P_Q = 15.33\ \mathrm{kN/m}$
Resistencia	$\mu_b = 0.55$**;** $P_P = 23.52$ **kN/m;** $q_{all} = 200$ **kPa**
Requerido	$FS_s \geq 1.5,\ \ FS_o \geq 2.0$**; base totalmente en contacto**

SE PIDE

FS_s, FS_o, x_R, e, q_{max}, q_{min} y los resultados.



Solución (1/3)

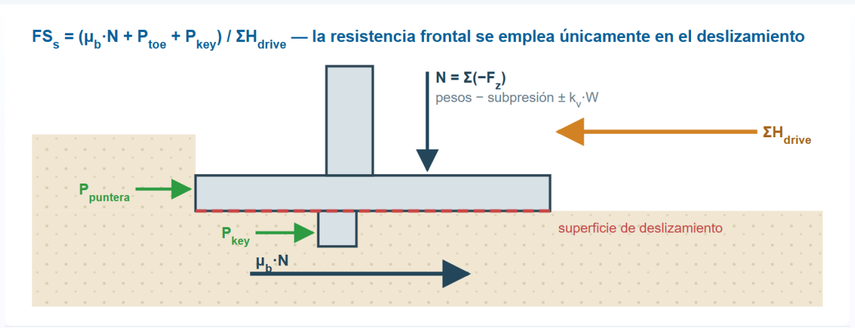
SOLUCIÓN

1 Rozamiento en la base (N = W_c + W_s + W_{toe})

$$N = 88.8 + 144.0 + 14.69 = \mathbf{247.49}\ \text{kN/m}$$

$$\mu_b N = 0.55(247.49) = 136.12\ \text{kN/m}$$

$$FS_s = \frac{136.12 + 23.52}{78.81} = \mathbf{2.026}\ \geq 1.5\ \checkmark$$



Solución (2/3)

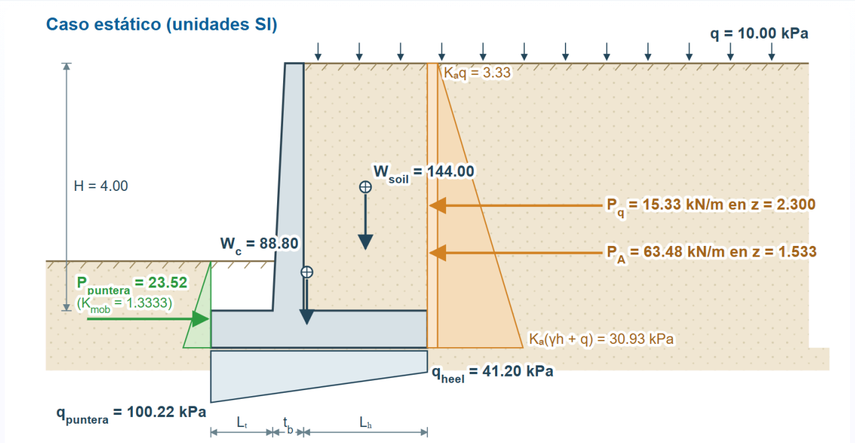
SOLUCIÓN

2 Momento de vuelco (empujes) y momento estabilizador (muro, bloque del talón, relleno frontal)

$$M_o = 97.34 + 35.27 = \mathbf{132.60}$$

$$M_r = 137.96 + 360.00 + 7.49 = \mathbf{505.45}\ \text{kN·m/m}$$

$$FS_o = \frac{505.45}{132.60} = \mathbf{3.812}\ \geq 2.0\ \checkmark$$



Solución (3/3)

SOLUCIÓN

3 Posición de la resultante y excentricidad

$$\Sigma M = M_o - M_r = -372.85$$

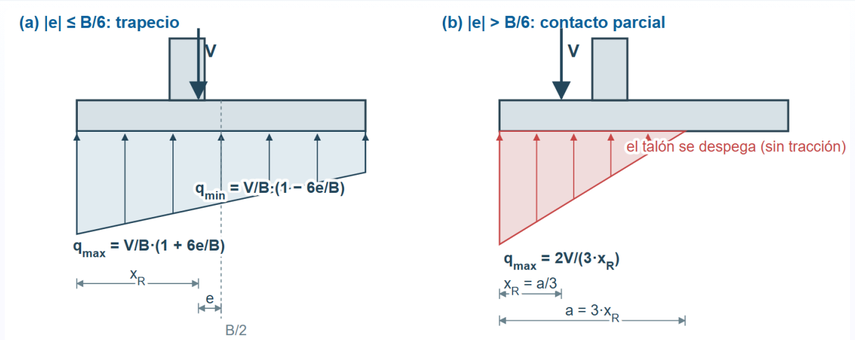
$$x_R = -\frac{\Sigma M}{V} = \frac{372.85}{247.49} = \mathbf{1.5065}\ \text{m}$$

$$e = \frac{B}{2} - x_R = \mathbf{0.2435}\ \text{m} \leq \frac{B}{6} = 0.583\ \checkmark$$

4 Tensiones en la base (contacto total)

$$q_{max} = \frac{247.49}{3.5}\left(1 + \frac{6(0.2435)}{3.5}\right) = \mathbf{100.22}\ \text{kPa}$$

$$q_{min} = \mathbf{41.20}\ \text{kPa}$$



FS_s = **2.03**, FS_o = **3.81**, e = 0.243 m, q_{max} = **100.2 kPa** ≤ 200, q_{min} = 41.2 kPa > 0: **en situación estática se cumplen todas las comprobaciones**.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Empuje de Mononobe–Okabe y adición de la inercia

TEORÍA

En el caso sísmico, en lugar del empuje estático $P_A + P_Q$ se toma el empuje de **Mononobe–Okabe** P_{AE}; la inercia del muro, del bloque del talón y del relleno delantero, $k_h W$, también empuja hacia delante en sus centros de gravedad (si $k_v > 0$ se estudian los dos sentidos). Sobre el plano vertical, con relleno horizontal:

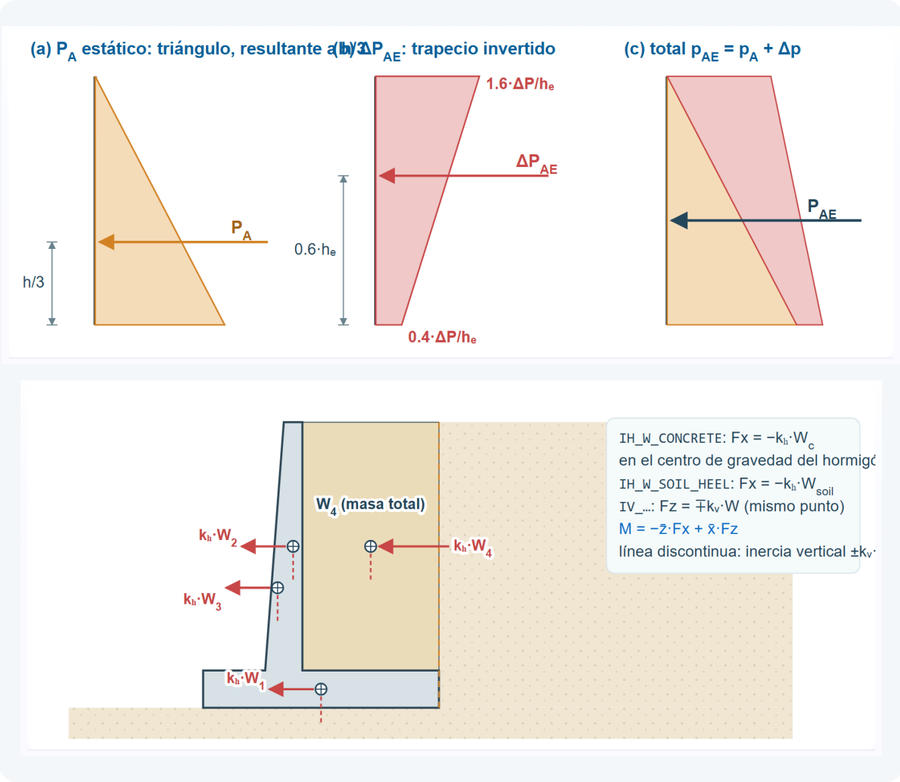
$$\theta = \tan^{-1}\frac{k_h}{1-k_v} \qquad K_{AE} = \frac{\cos^2(\varphi'-\theta)}{\cos^2\theta\left[1+\sqrt{\dfrac{\sin\varphi'\sin(\varphi'-\theta)}{\cos\theta}}\right]^2}$$

$$P_{AE} = \left(\tfrac{1}{2}\gamma h^2 + qh\right)K_{AE} \qquad \Delta P_{AE} = P_{AE} - (P_A + P_Q) \quad (0.6h)$$

ΔP_{AE} se distribuye como un trapecio invertido (arriba 1.6ΔP/h, abajo 0.4ΔP/h); la parte estática conserva su forma. Si hay agua, se añade la presión hidrodinámica $(7/12)k_h\gamma_w h_w^2$.

La contribución del empuje pasivo frontal se multiplica por $\eta_{p,E}$; **por defecto 0** (la seguridad al deslizamiento procede solo del rozamiento en la base).

Si la resultante cae fuera del tercio central de la base, se produce un **contacto parcial** ($q_{max} = 2V/(3x_R)$).



Enunciado

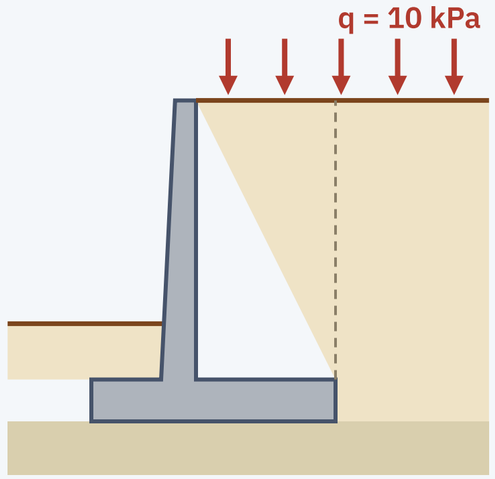
EJEMPLO

SE PIDE

K_{AE}, P_{AE}, $\bar{z}$, fuerzas de inercia; FS_s, FS_o, e, q_{max} y el resultado de cada comprobación.

Datos

Muro y terreno	**El muro de los Ejemplos 1–4 (FS_s estático = 2.03; FS_o = 3.81)**
Sismo	$k_h = 0.15$, $k_v = 0$; $\eta_{p,E} = 0$; **se requiere** $FS_s,\ FS_o \geq 1.1$; **la base debe estar totalmente en contacto (|e| ≤ B/6)**



Solución (1/4)

SOLUCIÓN

1 Ángulo sísmico y coeficiente

$$\theta = \tan^{-1} 0.15 = 8.53^\circ$$

$$\sqrt{\sin 30^\circ \sin(30^\circ - 8.53^\circ)/\cos 8.53^\circ} = 0.4302$$

$$K_{AE} = \frac{\cos^2(21.47^\circ)}{\cos^2 8.53^\circ (1 + 0.4302)^2} = \mathbf{0.4329}$$

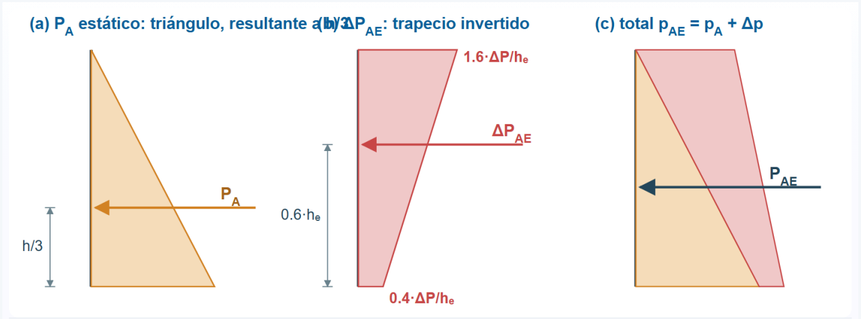
2 Empuje dinámico (P_A + P_Q estáticos = 78.81 kN/m) y su posición

$$P_{AE} = (190.44 + 46.0)(0.4329) = \mathbf{102.36}\ \text{kN/m}$$

$$\Delta P_{AE} = 102.36 - 78.81 = 23.55\ \text{kN/m}\ \ (0.6h)$$

$$\bar{z}_{AE} = [63.48(1.533) + 15.33(2.30) + 23.55(2.76)]/102.36$$

$$= \mathbf{1.930}\ \text{m}$$



Solución (2/4)

SOLUCIÓN

3 Fuerzas de inercia $k_h W$ y deslizamiento (sin considerar la resistencia pasiva frontal)

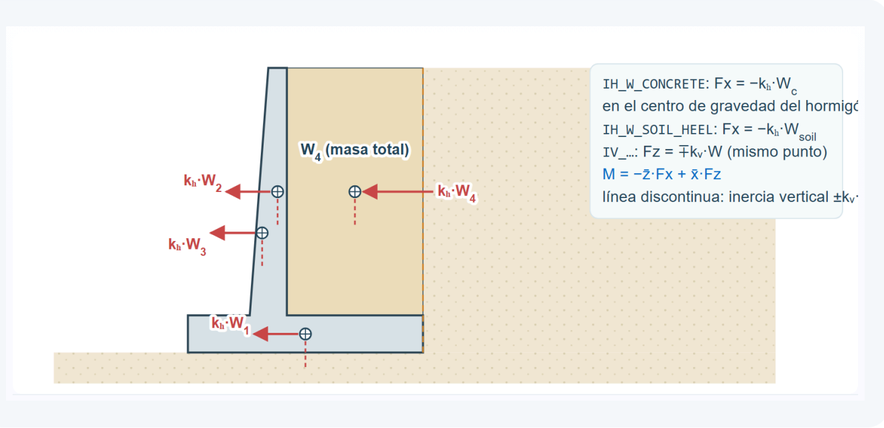
$$IH_c = 0.15(88.8) = 13.32 \quad (z = 1.223\ \text{m})$$

$$IH_s = 0.15(144.0) = 21.60 \quad (z = 2.60\ \text{m})$$

$$IH_{toe} = 0.15(14.69) = 2.20\ \text{kN/m}$$

$$\Sigma H_{drive} = 102.36 + 13.32 + 21.60 + 2.20 = 139.49$$

$$FS_{s,E} = \frac{\mu_b N}{\Sigma H_{drive}} = \frac{136.12}{139.49} = \mathbf{0.976} \ < 1.1 \ \text{✗}$$



Solución (3/4)

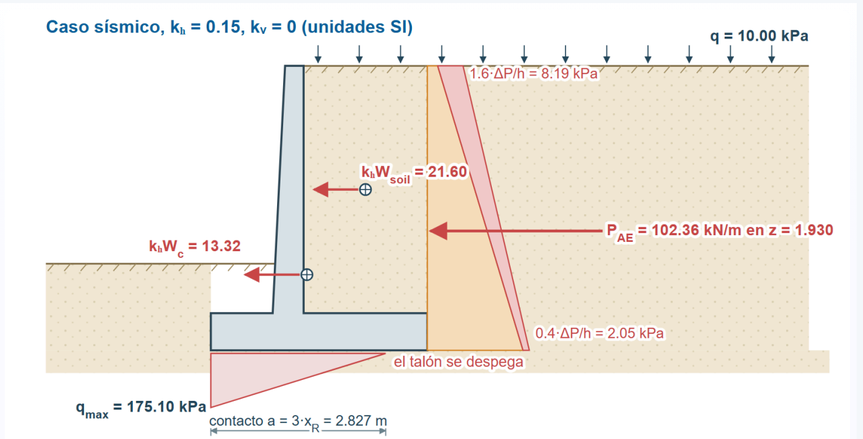
SOLUCIÓN

4 Vuelco (brazos de momento: $\bar{z}_{AE}$ = 1.930; z_c = 1.223; 2.60; 1.003 m)

$$M_{o,E} = 197.60 + 16.28 + 56.16 + 2.21 = 272.26$$

$$FS_{o,E} = \frac{505.45}{272.26} = \mathbf{1.857} \;\geq 1.1 \;\checkmark$$

$$x_R = \frac{505.45 - 272.26}{247.5} = 0.942 \text{ m}$$



Solución (4/4)

SOLUCIÓN

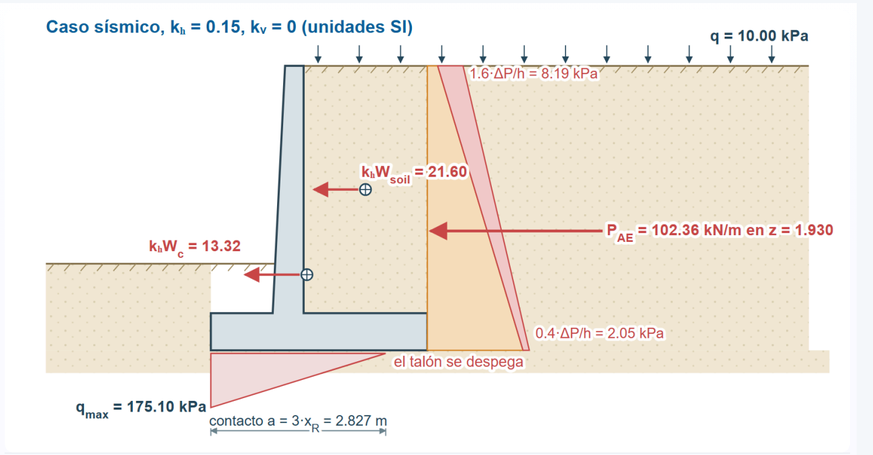
5 Excentricidad y contacto parcial

$$e = \frac{B}{2} - x_R = 1.750 - 0.942 = \mathbf{0.808}\ \text{m} > \frac{B}{6} = 0.583 \quad ✗$$

$$a = 3x_R = 2.827\ \text{m} \quad \text{(solo esta longitud está en contacto)}$$

$$q_{max} = \frac{2V}{a} = \frac{2(247.5)}{2.827} = \mathbf{175.1}\ \text{kPa} \quad q_{min} = 0$$

En sismo, **el deslizamiento (FS_s = 0.98 < 1.1)** y **la excentricidad (e = 0.81 m > B/6)** no se cumplen; el vuelco (FS_o = 1.86) y q_{max} = 175.1 kPa son suficientes. La sección **debe revisarse** (Ejemplo 6).



Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Enunciado

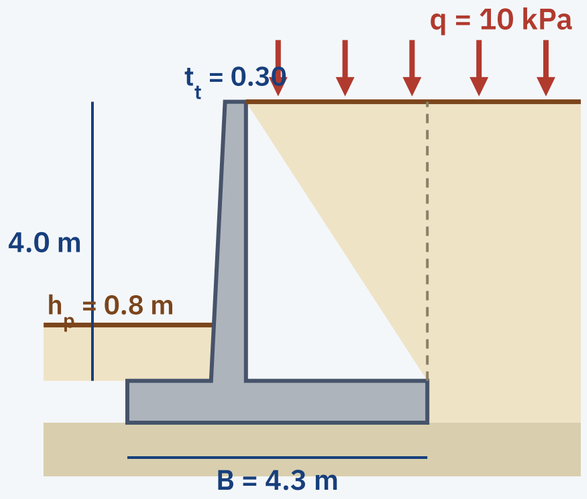
EJEMPLO

SE PIDE

Con la nueva sección, **FS_s**, **FS_o**, **e**, **q_{max}** estáticos y sísmicos; ¿es suficiente la sección?

Datos

Problema	**En el Ejemplo 5, en situación sísmica FS_s = 0.98 < 1.1 y e = 0.81 m > B/6 = 0.58 m**
Modificación propuesta	**puntera y talón ampliados: $L_t = 1.20$ m, $L_h = 2.60$ m (B = 4.30 m); las demás dimensiones y el terreno, sin cambios**



Solución

SOLUCIÓN

1 Misma carga, nueva geometría (módulo; B = 4.30 m, W_c = 100.3 kN/m, N = 305.1 kN/m)

	Actual (B = 3.5 m)	Revisado (B = 4.3 m)	Requerido
FS_s estático	2.026	2.427	≥ 1.5
FS_o estático	3.812	5.753	≥ 2.0
Estático e (m) / q_{max} (kPa)	0.243 / 100.2	0.084 / 79.3	|e| ≤ B/6
FS_s sísmico	0.976 ✗	1.133 ✓	≥ 1.1
FS_o sísmico	1.857	2.630	≥ 1.1
Sismo e (m) / contacto	0.808 / parcial ✗	0.600 / completo ✓ (B/6 = 0.717)	|e| ≤ B/6
Sismo q_{max} (kPa)	175.1	130.4	≤ 200

Alargar la puntera y el talón aumentó N de 247 a 305 kN/m e incrementó el rozamiento: en sismo **FS_s = 1.13 ≥ 1.1**, la resultante entró en el tercio central (e = 0.60 ≤ B/6 = 0.717): **se cumplen todas las comprobaciones**. Alternativas: dentellón + $\eta_{p,E}$ (Ejemplo 9), un talón más ancho.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Fuste, puntera y talón: secciones críticas

TEORÍA

Una vez satisfecha la estabilidad externa, se determinan los **esfuerzos en las secciones** de los elementos. El **fuste** es un elemento en voladizo cargado por la presión del trasdós y empotrado en su base (sobre la losa de base):

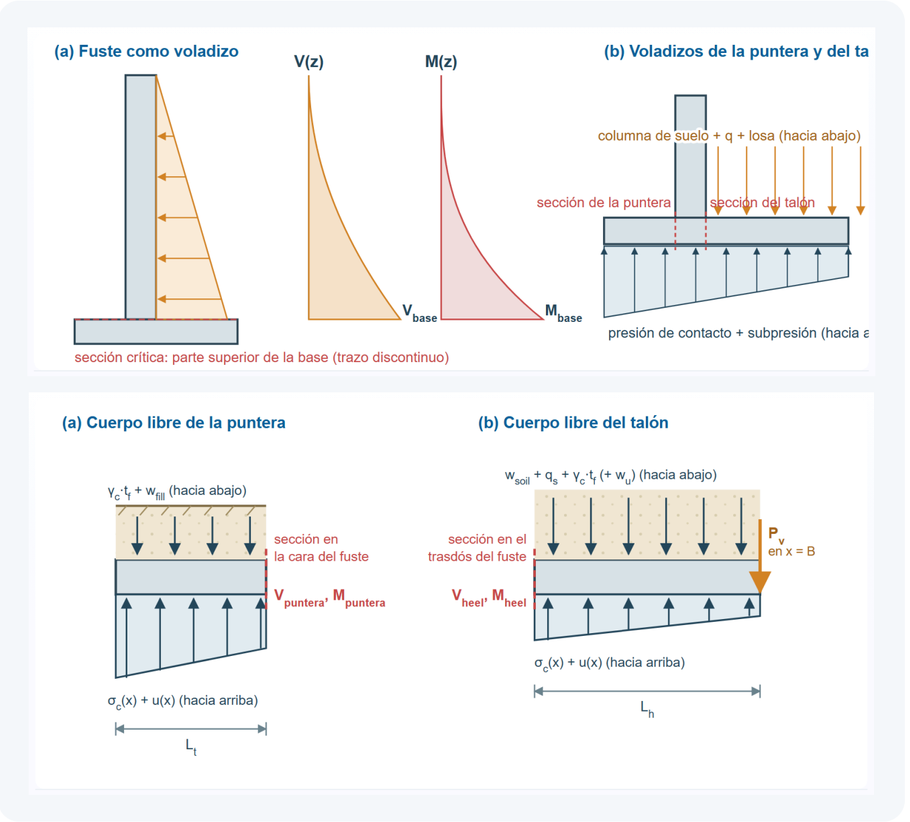
$$V_{st} = K_a\left(\tfrac{1}{2}\gamma H^2 + qH\right) \qquad M_{st} = K_a\left(\frac{\gamma H^3}{6} + \frac{qH^2}{2}\right)$$

En sismo: $V_E = V + \Delta P_{AE,st} + k_h W_{muro}$, $M_E = M + \Delta P_{AE,st}(0.6H) + k_h W_{muro}\bar{z}$ ($\Delta P_{AE,st} = K_{AE}(\tfrac{1}{2}\gamma H^2 + qH) - V_{st}$). La **puntera y el talón** son losas empotradas en las caras del fuste; carga = tensión en la base − peso de la losa y del terreno situado sobre ella:

$$V_{toe} = L_t\frac{q_0 + q_L}{2} - w_{toe}L_t \qquad M_{toe} = \frac{L_t^2(2q_0 + q_L)}{6} - \frac{w_{toe}L_t^2}{2}$$

$$V_{heel} = w_h L_h - L_h\frac{q_a + q_b}{2} \qquad M_{heel} = \frac{w_h L_h^2}{2} - \frac{L_h^2(q_a + 2q_b)}{6}$$

$w_{toe} = \gamma_c t_f + \gamma h_p$; $w_h = \gamma H + q + \gamma_c t_f$; q_0, q_L, q_a, q_b son las tensiones en la base en las secciones críticas (distribución lineal).



Enunciado

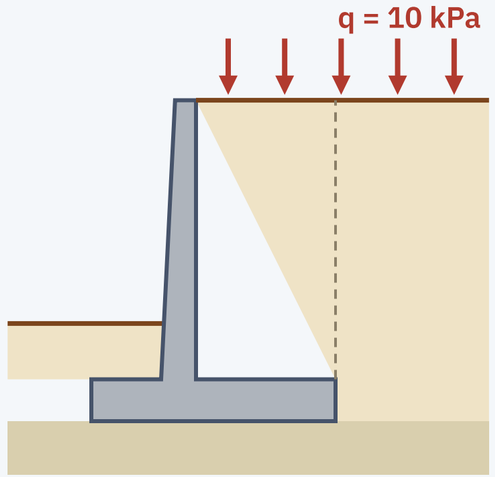
EJEMPLO

SE PIDE

V y **M** en la base del fuste: en las situaciones estática y sísmica.

Datos

Muro y terreno	**El muro de los Ejemplos 1–5:** $H = 4.0$ **m;** $\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$, $\varphi' = 30°$**;** $q = 10$ **kPa;** **fuste:** $t_t = 0.30$**,** $t_b = 0.50$ **m**
Sismo	$k_h = 0.15$ $(K_{AE} = 0.4329)$



Solución (1/2)

SOLUCIÓN

1 Estático (en la base del fuste, H = 4.0 m)

$$V_{st} = K_a\left(\tfrac{1}{2}\gamma H^2 + qH\right) = 0.3333(144 + 40) = \mathbf{61.33}\ \mathrm{kN/m}$$

$$M_{st} = K_a\left(\frac{\gamma H^3}{6} + \frac{qH^2}{2}\right) = 0.3333(192 + 80) = \mathbf{90.67}\ \mathrm{kN\cdot m/m}$$

Solución (2/2)

SOLUCIÓN

2 Sismo: incremento sísmico e inercia del fuste

$$\Delta P_{AE,st} = K_{AE}(184) - V_{st} = 79.66 - 61.33 = 18.33\ \text{kN/m} \quad (0.6H = 2.40\ \text{m})$$

$$k_h W_{st} = 0.15(24)(1.2 + 0.4) = 5.76\ \text{kN/m}; \qquad M_i = 10.56\ \text{kN·m/m}$$

3 Efectos sísmicos totales

$$V_E = 61.33 + 18.33 + 5.76 = \mathbf{85.42}\ \text{kN/m}$$

$$M_E = 90.67 + 18.33(2.40) + 10.56 = \mathbf{145.21}\ \text{kN·m/m}$$

En la base del fuste, en estático: **V = 61.33 kN/m, M = 90.67 kN·m/m**; en sismo: **V_E = 85.42, M_E = 145.21** (aumento del 60% en el momento). El dimensionamiento del hormigón armado se realiza con estos esfuerzos.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Enunciado

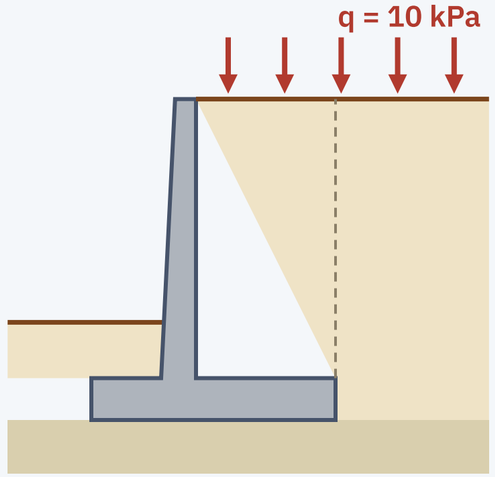
EJEMPLO

SE PIDE

Valores de **V** y **M** en la cara del fuste de las losas de la puntera y del talón (caso estático); valores en situación sísmica.

Datos

Tensiones en la base (Ejemplo 4)	$q_{max} = 100.22$ **(puntera),** $q_{min} = 41.20$ **kPa (extremo del talón);** $B = 3.5$ **m**
Cargas de la losa	$L_t = 1.00$, $L_h = 2.00$ **m,** $t_b = 0.50$ **m,** $t_f = 0.60$ **m;** $\gamma_c = 24$**; relleno frontal** $h_p = 0.8$ **m**



Solución (1/2)

SOLUCIÓN

1 Tensiones en la base en las secciones críticas (lineales): q_0 en la puntera, q_L y q_a en la cara del fuste, q_b en el extremo del talón

$$q_0 = 100.22 \qquad q_L = q_0 + (q_{min} - q_0)\frac{L_t}{B} = 83.36$$

$$q_a = q_0 + (q_{min} - q_0)\frac{L_t + t_b}{B} = 74.93 \qquad q_b = 41.20\ \text{kPa}$$

2 Puntera (w_{toe} = 24(0.60) + 18(0.80) = 28.8 kPa)

$$V_{toe} = 1.00\frac{100.22 + 83.36}{2} - 28.8(1.00) = \mathbf{62.99}\ \text{kN/m}$$

$$M_{toe} = \frac{1^2(2\cdot 100.22 + 83.36)}{6} - \frac{28.8(1)^2}{2} = \mathbf{32.90}\ \text{kN}\cdot\text{m/m}$$

Solución (2/2)

SOLUCIÓN

3 Talón (w_h = 18(4.0) + 10 + 24(0.60) = 96.4 kPa; carga hacia abajo, tensión en la base hacia arriba)

$$V_{heel} = 96.4(2.00) - 2.00\frac{74.93+41.20}{2} = \mathbf{76.67}\ \mathrm{kN/m}$$

$$M_{heel} = \frac{96.4(2)^2}{2} - \frac{2^2(74.93+2\cdot 41.20)}{6} = \mathbf{87.92}\ \mathrm{kN\cdot m/m}$$

Puntera: **V = 62.99, M = 32.90**; talón: **V = 76.67, M = 87.92** (puntera con flexión hacia arriba, talón con flexión hacia abajo). En sismo (contacto parcial, módulo): puntera V = 115.33, M = 62.83; talón V = 138.28, M = 168.69: **el momento en el talón se multiplica por 1.9**.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Método simplificado del dentellón

TEORÍA

Si la fricción en la base no basta, bajo la base se hormigona un **dentellón** en el terreno inalterado; la cara anterior del dentellón añade a la superficie de deslizamiento la resistencia pasiva del terreno situado delante. El método es deliberadamente simple: la cara del dentellón recibe una presión **movilizada** $K_{mob}\sigma'_v$, que se computa por completo en el deslizamiento; los **esfuerzos en la sección** del dentellón se obtienen, en cambio, del diagrama **pasivo total bruto**:

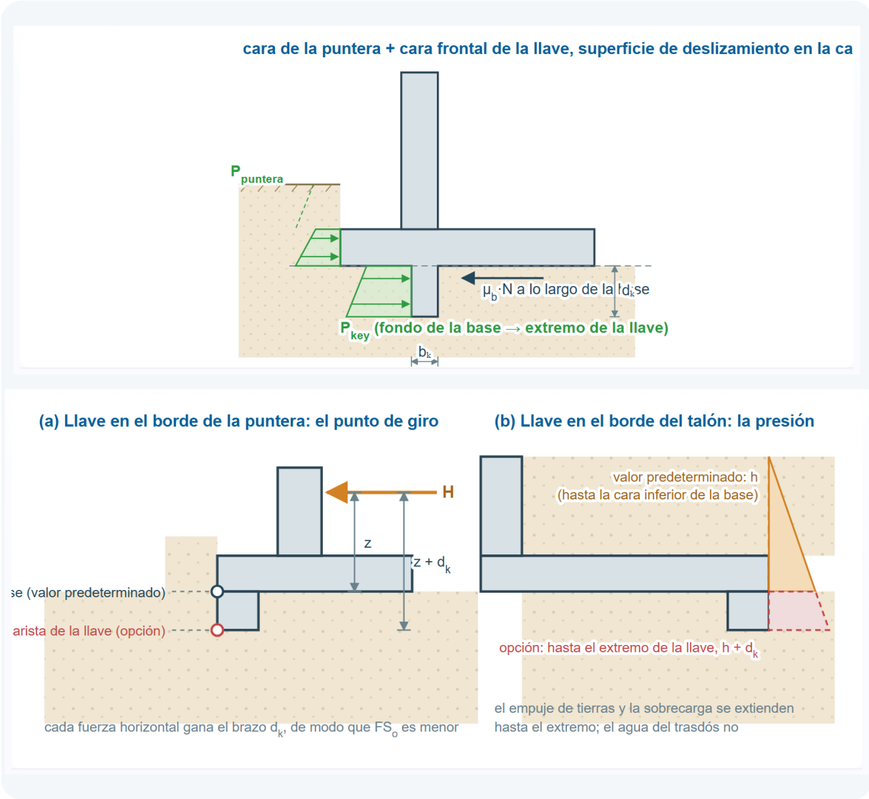
$$P_{key} = \tfrac{1}{2}\left(p_{top} + p_{bot}\right) d_k \quad (p = K_{mob}\sigma'_v) \qquad V_{key} = \tfrac{1}{2}\left(p^g_{top} + p^g_{bot}\right) d_k \quad (p^g = K_p\sigma'_v)$$

$$M_{key} = p^g_{top}\frac{d_k^2}{2} + \left(p^g_{bot} - p^g_{top}\right)\frac{d_k^2}{3}$$

El peso del dentellón (en N_{eff}) se incluye tanto en el caso estático como en el sísmico. Las resistencias pasivas se emplean **únicamente en el deslizamiento**; en el caso sísmico ambas se multiplican por $\eta_{p,E}$ (por defecto 0, es decir, sin contribución).

Centro de giro: para un dentellón en el borde de la puntera, el pivote de vuelco puede elegirse como la esquina inferior delantera de la losa de base (por defecto) o la esquina inferior delantera del dentellón; para un dentellón en el borde del talón, el empuje activo puede prolongarse hasta la punta del dentellón.

$\Delta FS = P_{key}/\Sigma H_{drive}$ se incluye en el informe en todos los casos.



Enunciado

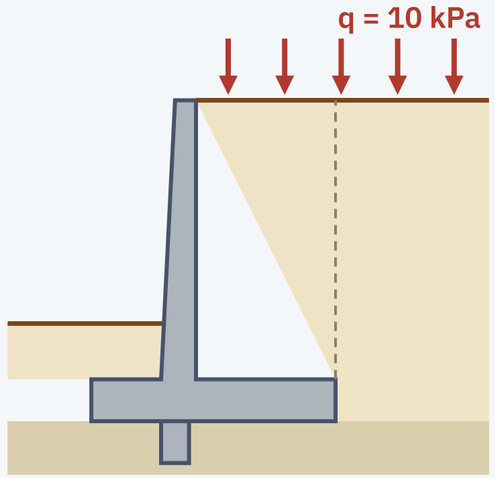
EJEMPLO

Datos

Muro	**El muro de los Ejemplos 1–5; dentellón próximo al borde de la puntera: $x_k = 1.0$ m, $b_k = 0.40$ m, $d_k = 0.60$ m (bajo la base)**
Suelo	**$\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$, $\varphi' = 30°$; terreno frontal $D_f = 1.4$ m (2.0 m bajo la base); $w = 1/3$ ($K_{mob} = 1.333$)**
Sismo	**$\eta_{p,E} = 0$ (predeterminado) y $\eta_{p,E} = 0.5$**

SE PIDE

Resistencia del dentellón **P_{key}**, **FS_s** estático; esfuerzos en la sección del dentellón **V_{key}**, **M_{key}**; efecto de $\eta_{p,E}$ en caso de sismo.



Solución (1/2)

SOLUCIÓN

1 Presión combinada en la cara del dentellón ($\sigma'_v = 18\,z$; $z = 1.4 \rightarrow 2.0$ m)

$$p_{top} = K_{mob}(25.2) = 33.6 \qquad p_{bot} = K_{mob}(36.0) = 48.0\ \text{kPa}$$

$$P_{key} = \tfrac{1}{2}(33.6 + 48.0)(0.60) = \mathbf{24.48}\ \text{kN/m}$$

2 Deslizamiento estático (el peso del dentellón, 5.76 kN/m, entra en N; el empuje pasivo en la puntera se computa con 23.52)

$$N_{eff} = 253.25 \qquad \mu_b N = 139.29\ \text{kN/m}$$

$$FS_s = \frac{139.29 + 23.52 + 24.48}{78.81} = \mathbf{2.376}\ \ (\text{sin dentellón } 2.066)$$

Solución (2/2)

SOLUCIÓN

3 Esfuerzos en la sección del dentellón: pasivo completo bruto (K_p = 3.00): p^g_{top} = 75.6; p^g_{bot} = 108.0 kPa

$$V_{key} = \tfrac{1}{2}(75.6 + 108.0)(0.60) = \mathbf{55.08}\ \mathrm{kN/m}$$

$$M_{key} = 45.36(0.30) + 9.72(0.40) = \mathbf{17.50}\ \mathrm{kN\cdot m/m}$$

El dentellón elevó el factor de seguridad estático al deslizamiento de 2.07 → **2.38** (ΔFS = 0.31). En sismo, con $\eta_{p,E}$ = 0 el dentellón **no aporta ninguna resistencia computable**; con $\eta_{p,E}$ = 0.5, $FS_{s,E}$ pasa de 0.98 → **1.16** (se cumple ≥ 1.1), pero persiste la excentricidad (0.80 m > B/6): por ello el cambio de geometría del Ejemplo 6 es más eficaz.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Agua hidrostática a ambos lados, subpresión lineal en la base

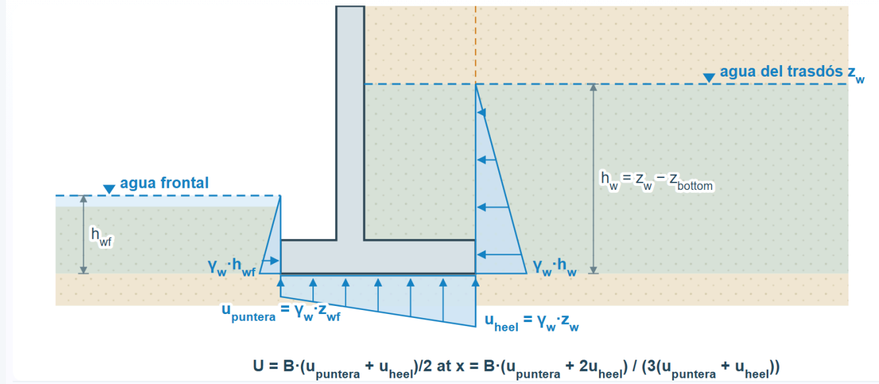
TEORÍA

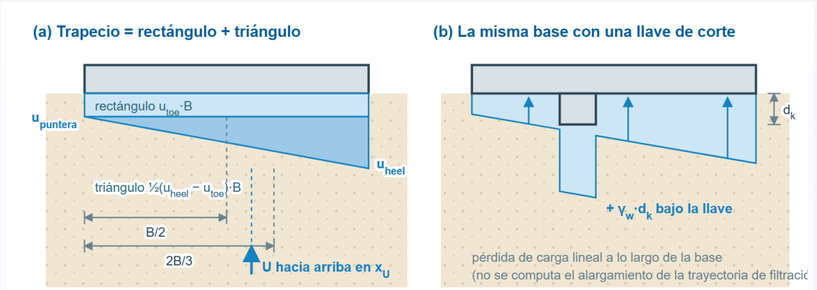
La presión del agua es isótropa y actúa perpendicularmente a cada superficie. El cuerpo libre está rodeado de agua en tres contornos: el plano de presión trasero, la cara frontal del muro y la cara inferior de la base. Cada uno es una partida independiente en la tabla de fuerzas; el suelo se considera con su peso total (γ_{sat}):

$$U_{rear} = \tfrac{1}{2}\gamma_w h_w^2 \;\; (h_w/3) \qquad U = \frac{B(u_{toe} + u_{heel})}{2} \qquad x_U = \frac{B(u_{toe} + 2u_{heel})}{3(u_{toe} + u_{heel})}$$

La subpresión actúa hacia arriba: reduce N (y con ello el rozamiento) y añade un momento de vuelco. La presión bajo la base varía linealmente entre las cargas de agua en la puntera y en el talón.

En el caso sísmico se añade además la presión hidrodinámica del agua intersticial libre $(7/12)k_h\gamma_w h_w^2$ $(0.4h_w)$.





Enunciado

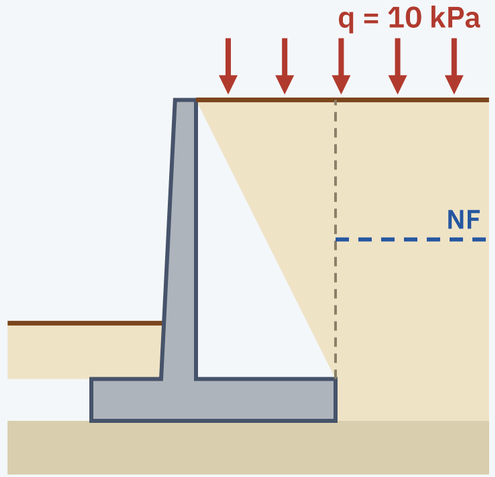
EJEMPLO

SE PIDE

Tabla de fuerzas; **FS_s**, **FS_o**, **e**, **q_{max}**; efecto del agua.

Datos

Muro y terreno	**Muro y relleno de los Ejemplos 1–4 ($\gamma = 18,\ \gamma_{sat} = 20\ \mathrm{kN/m^3}$); caso estático**
Agua	**en el relleno el nivel freático está 2.0 m por debajo de la coronación del muro; subpresión lineal bajo la base**



Solución (1/2)

SOLUCIÓN

1 Tabla de fuerzas (módulo; $M = xF_z - zF_x$, vuelco +)

Concepto	F_x (kN/m)	F_z (kN/m)	x (m)	z (m)	M (kN·m/m)
Muro	0.00	−88.80	1.55	1.22	−137.96
Bloque del talón (con γ_{sat})	0.00	−152.00	2.50	2.55	−380.00
Q_{heel} (no se utiliza)	0.00	−20.00	2.50	4.60	−50.00
Relleno delantero	0.00	−14.69	0.51	1.00	−7.49
Empuje del terreno P_A	−54.68	0.00	3.50	1.64	89.71
Empuje de la sobrecarga P_Q	−15.33	0.00	3.50	2.30	35.27
Empuje del agua en el trasdós	−33.16	0.00	3.50	0.87	28.74
Levantamiento	0.00	44.64	2.33	0.00	104.15
Resistencia frontal	23.52	0.00	0.00	0.47	−10.98

Solución (2/2)

SOLUCIÓN

2 Comprobaciones

$$N = 210.85\ \text{kN/m} \quad FS_s = \frac{116.0 + 23.5}{103.2} = \mathbf{1.352} \quad FS_o = \frac{525.5}{257.9} = \mathbf{2.038}$$

$$e = 0.481\ \text{m}\ (\leq B/6 = 0.583) \qquad q_{max} = 109.9\ \text{kPa} \qquad q_{min} = 10.6\ \text{kPa}$$

El agua modificó el factor de seguridad al deslizamiento de 2.03 → **1.35** (< 1.5 ✗), el factor de seguridad al vuelco de 3.81 → **2.04**, y e de 0.243 → 0.481 m; la subpresión redujo N en 44.6 kN/m. **El deslizamiento estático no se cumple**: se requiere drenaje, un dentellón o una base más ancha.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Repisa de alivio en voladizo que aligera el fuste

TEORÍA

La repisa de alivio de presiones es una losa de hormigón armado que se extiende desde el trasdós del fuste hacia el relleno; se utiliza en muros altos (el momento del fuste crece con H³) o para reforzar un muro insuficiente. Tiene tres efectos: (1) soporta el terreno situado sobre ella; (2) **alivia** el fuste situado bajo ella: bajo la repisa la presión del peso propio vuelve a empezar; (3) añade peso al muro.

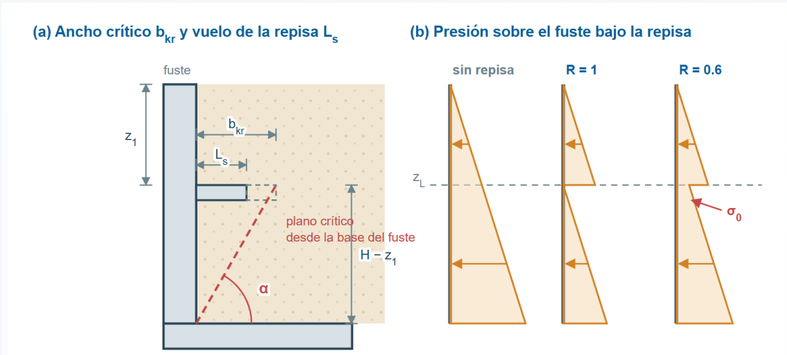
La repisa solo es plenamente eficaz si su extremo alcanza el **plano crítico de deslizamiento** que asciende desde la parte inferior del trasdós del fuste (Rankine, relleno horizontal: α = 45° + φ′/2). El ancho crítico necesario de la repisa y la relación de alivio:

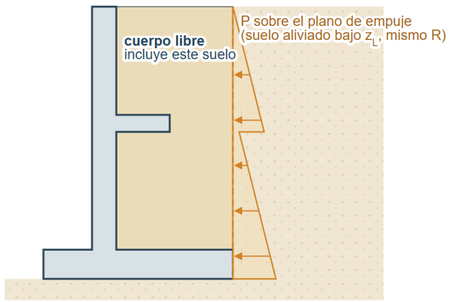
$$b_{kr} = (H - z_1)\,(\cot\alpha - \tan\beta_w) \qquad R = \min\left(\frac{L_s}{b_{kr}}, 1\right)$$

$$p(z) = K\,[\sigma'_v(z) - R\,\sigma'_v(z_L)] \qquad z > z_L \;\; \text{(bajo el voladizo)}$$

R = 1: dos triángulos separados (alivio total); R < 1: alivio parcial, interpolación lineal entre el muro sin repisa y el muro con alivio total. Solo se alivia la presión estática debida al **peso del terreno**; la sobrecarga, el agua y el incremento sísmico no se alivian.

El momento de la carga de la repisa respecto del fuste no se acredita al fuste (del lado de la seguridad); la repisa trabaja como un voladizo independiente bajo su propia carga (M_{root}).





Enunciado

EJEMPLO

Datos

Muro y terreno	**Muro de los ejemplos 1–4 (H = 4.0 m; estático); relleno horizontal, $\varphi' = 30^\circ$**
Voladizo	**profundidad bajo la repisa de alivio $z_1 = 2.15$ m (desde la coronación del muro), vuelo $L_s = 1.00$ m, espesor $t_s = 0.30$ m**

SE PIDE

Ángulo crítico α, anchura crítica **b_{cr}**, **R**; variación de V y M en la base del fuste; estabilidad externa.

Solución (1/2)

SOLUCIÓN

1 Plano crítico y ancho (trasdós vertical: $\beta_W = 0$)

$$\alpha = 45^\circ + \frac{\varphi'}{2} = 60.0^\circ \qquad b_{kr} = (4.0 - 2.15)\cot 60^\circ = 1.068\ \text{m}$$

$$R = \min(1.00/1.068,\ 1) = \mathbf{0.9362}\ \ (\text{alivio parcial})$$

2 Esfuerzos en la base del fuste (sin repisa → con repisa)

$$V:\ 61.33 \rightarrow 38.99\ \text{kN/m}\ \ (-\%36.4)$$

$$M:\ 90.67 \rightarrow 70.00\ \text{kN·m/m}\ \ (-\%22.8)$$

Solución (2/2)

SOLUCIÓN

3 Carga de la repisa de alivio y estabilidad externa (misma reducción en el plano de presiones)

$$W_{soil} = 43.3\ \mathrm{kN/m}, \quad W_{self} = 7.2\ \mathrm{kN/m}, \quad M_{root} = 25.25\ \mathrm{kN{\cdot}m/m}$$

$$FS_s:\ 2.03 \rightarrow 3.26 \qquad FS_o:\ 3.81 \rightarrow 5.28 \qquad e:\ 0.243 \rightarrow 0.094\ \mathrm{m}$$

La repisa de alivio de presiones (L_s = 1.00 m < b_{cr} = 1.07 m: R = 0.94) reduce el cortante en la base del fuste un 36% y el momento un 23%; la carga y el peso de la repisa se añaden al muro: FS al deslizamiento 2.03 → 3.26, excentricidad 0.243 → 0.094 m. La repisa se dimensiona además para M_{root} = 25.3 kN·m/m en su propio arranque.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Alcance de la solución

TEORÍA

La **estabilidad externa** considera el muro como un único bloque rígido; los **esfuerzos en las secciones** (fuste, puntera, talón, repisa, dentellón) se obtienen de los efectos que proporciona este módulo; el dimensionamiento del hormigón armado (armadura, cortante) queda fuera de esta presentación.

Relleno sin cohesión ($c' = 0$); estrato único, superficie horizontal o con una sola pendiente; agua horizontal e hidrostática; sobrecarga uniformemente distribuida (los empujes laterales debidos a franjas y cargas puntuales se añaden mediante Boussinesq).

Rozamiento en la base $\mu_b = \tan \delta_b$; sin adherencia. La resistencia pasiva frontal solo se utiliza en el deslizamiento; no se emplea en el vuelco ni en la capacidad portante; en sismo se aplica con $\eta_{p,E}$ (valor predeterminado 0).

Sismo pseudoestático: Mononobe–Okabe + inercia + agua hidrodinámica; si $k_v > 0$, se estudian también ambas direcciones.

La repisa de alivio de presiones y el dentellón se modelan con métodos simplificados (repisa: alivio parcial/total; dentellón: empuje pasivo combinado); la estabilidad global y el asentamiento quedan fuera del alcance.

Resumen

Puntos clave

Muro: losa de base + fuste; $W_c = \Sigma \gamma_c A_i$; el **bloque del talón** y el relleno delantero se mueven con el muro; la presión actúa sobre el plano vertical del borde posterior de la cimentación ($h = t_f + H$); Q_{heel} no interviene en ninguna comprobación

Comprobaciones a partir de la misma tabla de fuerzas: $FS_s = (\mu_b N + P_P)/\Sigma H$, $FS_o = \Sigma M_{res}/\Sigma M_{ov}$, x_R, e, $q = V/B(1 \pm 6e/B)$; si $|e| > B/6$, $q_{max} = 2V/(3x_R)$

Sismo: P_{AE} (Mononobe–Okabe) + ΔP_{AE} a 0.6h + fuerzas de inercia $k_h W$; el muro del ejemplo **no cumple a deslizamiento ni a excentricidad** en caso de sismo y cumple al revisarlo con una puntera y un talón más anchos

Esfuerzos en las secciones: fuste $V = K_a(\tfrac{1}{2}\gamma H^2 + qH)$, $M = K_a(\gamma H^3/6 + qH^2/2)$; punta y talón, empotrados en la cara del fuste: tensión en la base – peso de la losa y del terreno

Dentellón: P_{key} a partir del pasivo combinado (en deslizamiento), V y M a partir de K_p bruto; en sismo con $\eta_{p,E}$

Repisa de alivio de presiones: $b_{kr} = (H - z_1)(\cot \alpha - \tan \beta_w)$, $R = \min(L_s/b_{kr}, 1)$; bajo la repisa vuelve a empezar la presión debida al peso; el agua y la sobrecarga no se alivian

Agua: peso con γ_{sat} + empuje de agua posterior independiente; la subpresión reduce N y añade vuelco (en el ejemplo no se cumple el deslizamiento estático)

Referencias bibliográficas

Las tres teorías del módulo y la fuente cuya presentación de sus expresiones cerradas (Ka, Kp, KAE) sigue el manual. Todo lo que no se deduce de ellas es una hipótesis de este módulo y se indica como tal en el texto.

Coulomb C.A. (1776) Essai sur une application des règles de maximis et minimis à quelques problèmes de statique relatifs à l'architecture. Mémoires de l'Académie Royale des Sciences 7, Paris.

Das B.M. (2016) Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning, Boston.

Mononobe N., Matsuo H. (1929) On the determination of earth pressures during earthquakes. Proceedings of the World Engineering Congress, Tokyo, 9:177–185.

Okabe S. (1926) General theory of earth pressure. Journal of the Japanese Society of Civil Engineers 12(1).

Rankine W.J.M. (1857) On the stability of loose earth. Philosophical Transactions of the Royal Society of London 147:9–27.

NOTA

Todos los ejemplos numéricos se han obtenido con el propio motor de cálculo del módulo; el módulo da los mismos valores. El ejemplo paso a paso de la página del módulo es también este muro (H = 4 m, q = 10 kPa, k_h = 0.15).

GeoTerva

Cálculos geotécnicos en línea

De la teoría a la práctica

Introducir en GeoTerva el fuste, la losa de base, el relleno, el agua, los coeficientes sísmicos, el dentellón y la repisa de alivio del muro propio; el módulo proporciona conjuntamente la tabla de fuerzas, las comprobaciones y los esfuerzos en las secciones.

Abrir el módulo →

Página de teoría →

Abrir en el teléfono
Los módulos de prueba no requieren registro.

Si desea utilizarlas en sus clases: info@geoterva.com