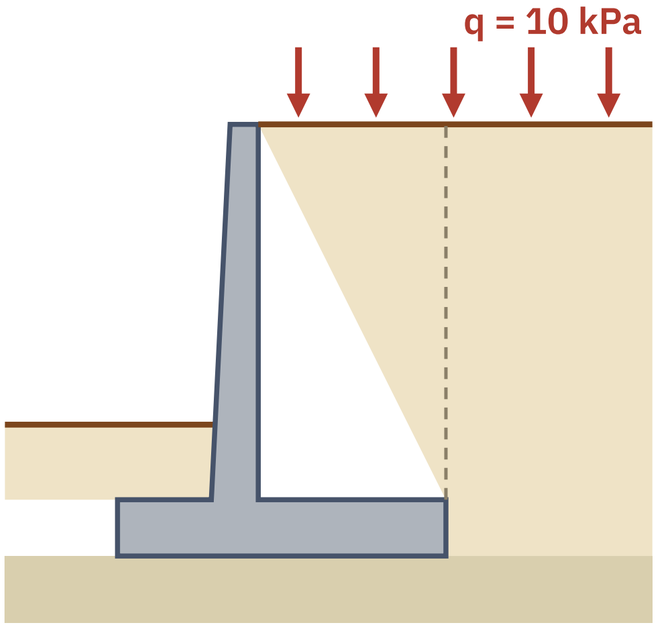
Geotechnische Vorlesung · Stützwände

Winkelstützwand

Vorlesung: äußere Standsicherheit einer Winkelstützwand aus Stahlbeton (Gleiten, Kippen, Grundbruch) und die Schnittgrößen in Wandschaft, vorderem und hinterem Sporn; hinterer Erdkörper, Erddruck, Wasser, Erdbeben, Schubnocke und Entlastungsplatte; zu jedem Thema ein Rechenbeispiel.

- Wandschaft + Fundamentplatte
- Gleiten · Kippen · Grundbruch
- Schnittgrößen in Wandschaft, vorderem und hinterem Sporn
- Schubnocke · Entlastungsplatte
- Wasser und Erdbeben



Was lernen wir in dieser Vorlesung?

- Winkelstützwand: **Wandschaft + Fundamentplatte** (vorderer Sporn L_t, hinterer Sporn L_h), Ermittlung von Gewicht und Schwerpunkt aus den Teilen
- Der **Bodenblock** über dem vorderen Sporn und die **vertikale Druckebene** an der Hinterkante des Fundaments; aktiver Erddruck, Auflast und passiver Erdwiderstand vor dem Fundament
- **Nachweise gegen Gleiten, Kippen, Ausmitte und Grundbruch** sowie den Erdbebenfall (Mononobe–Okabe + Trägheitskraft) ablesen
- **Aus der Sohlpressung** die Querkraft- und Momentbeanspruchungen der vorderen und hinteren Spornplatte sowie **des Wandschafts** aus dem Erddruck
- Wie die **Schubnocke** und die **Entlastungsplatte** die Sicherheit erhöhen; die Wirkung von Wasser und Auftrieb
- Zu sehen, **wie ein nicht erfüllter Schnitt überarbeitet wird** (Gleiten und Ausmitte im Erdbebenfall)

VORLESUNGSABLAUF

Jedes Thema wird in **drei Schritten** behandelt:

1 · **Theorie**: Wie lautet die Regel, warum ist sie so?

2 · **Aufgabe**: Gegeben und Gesucht

3 · **Lösung**: Schritt für Schritt, mit Zahlen

Alles gilt je 1.00 m Wandlänge. Beispiel: H = 4.0 m Wandschaft, Fundamentplatte 0.60 m, B = 3.5 m Stahlbetonwand (24 kN/m³), q = 10 kPa.

Wandschaft, Fundamentplatte und vorderer Sporn

THEORIE

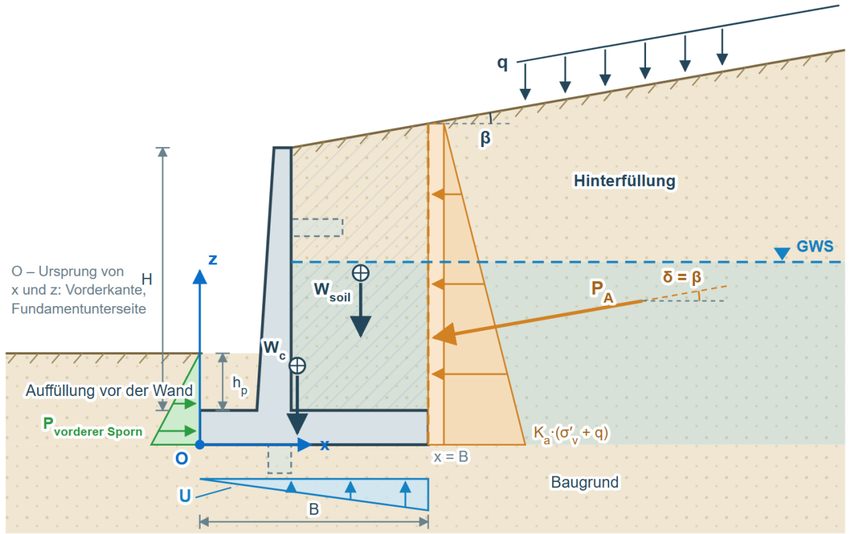
Die Winkelstützwand widersteht dem Gleiten und Kippen auch **durch das Gewicht des Bodens über der Fundamentplatte**: Nicht nur das Eigengewicht der Wand, sondern auch der Bodenblock über dem hinteren Sporn wirkt rückhaltend. Modul:

$$B = L_t + t_b + L_h \qquad z_T = t_f + H$$

Wandschaft: Höhe H; oben Dicke t_t, unten t_b (Rückseite senkrecht, Vorderseite geneigt); **Fundamentplatte**: Dicke t_f, vorderer Sporn L_t, hinterer Sporn L_h; Beton 24 kN/m³.

Baugrund: nichtbindige Hinterfüllung (c′ = 0), ebene oder geneigte Geländeoberfläche, Auflast q, Grundwasser, vorderseitig eine Hinterfüllung der Höhe h_p auf der Fundamentplatte.

Optionen: Schubnocke, Entlastungsplatte; **Nachweise**: Gleiten, Kippen, Ausmittigkeit, Grundbruch; **Schnittkräfte**: Wandschaft, vorderer Sporn, hinterer Sporn, Konsole, Nocke.



Fundamentplatte + Rechteck des Wandschafts + Dreieck des Wandschafts

THEORIE

Das Gewicht der Wand wird in drei einfache Formen unterteilt (Fläche und Schwerpunkt bekannt); sein Moment um den vorderen Sporn ist rückhaltend:

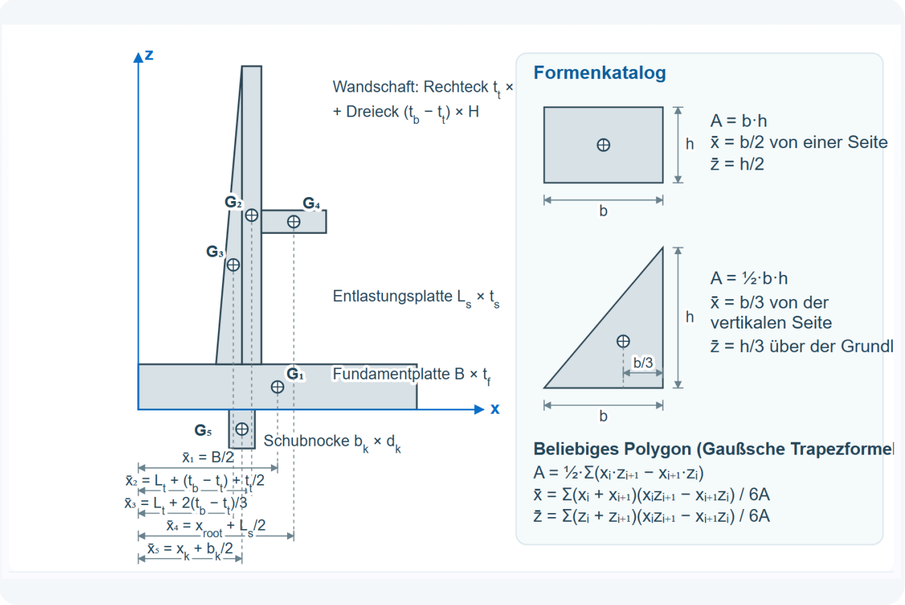
$$W_i = \gamma_c A_i \qquad W_c = \sum W_i \qquad \bar{x}_c = \frac{\sum W_i \bar{x}_i}{W_c} \qquad \bar{z}_c = \frac{\sum W_i \bar{z}_i}{W_c}$$

Fundamentplatte: A = B t_f, $\bar{x}$ = B/2, $\bar{z}$ = t_f/2.

Wandschaft-Rechteck (an der Rückseite anliegend): A = t_tH, $\bar{x}$ = L_t + (t_b − t_t) + t_t/2, $\bar{z}$ = t_f + H/2.

Wandschaft-Dreieck (vorderseitige Anschrägung): A = ½(t_b − t_t)H, $\bar{x}$ = L_t + 2(t_b − t_t)/3, $\bar{z}$ = t_f + H/3.

Im Kräfteverzeichnis ist die Wand ein einziger Posten: F_z = −W_c bei $\bar{x}_c$; $\bar{z}_c$ wird nur für die horizontale Trägheitskraft (Erdbeben) verwendet.



Aufgabe

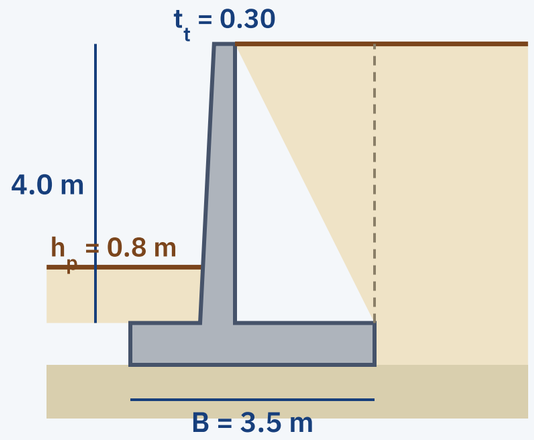
BEISPIEL

Gegeben

Schnitt	$H = 4.0$ **m;** $t_t = 0.30$**,** $t_b = 0.50$ **m;** $L_t = 1.00$**,** $L_h = 2.00$ **m;** $t_f = 0.60$ **m (B = 3.5 m)**
Material	**Stahlbeton:** $\gamma_c = 24\ \mathrm{kN/m^3}$

GESUCHT

Fläche, Gewicht und Lage der drei Teile; W_c, $\bar{x}_c$, $\bar{z}_c$.



Lösung

LÖSUNG

1 Teilflächen (z. B. Dreieck: A = ½(0.50 − 0.30)(4.0) = 0.40; $\bar{x}$ = 1.00 + 2(0.20)/3 = 1.133; $\bar{z}$ = 0.60 + 4.0/3 = 1.933)

Teil	A (m²)	$\bar{x}$ (m)	$\bar{z}$ (m)	W = 24A (kN/m)	W·$\bar{x}$	W·$\bar{z}$
Fußplatte	2.100	1.750	0.300	50.40	88.20	15.12
Rechteck des Wandschafts	1.200	1.350	2.600	28.80	38.88	74.88
Wandschaftdreieck	0.400	1.133	1.933	9.60	10.88	18.56
Summe				**88.80**	**137.96**	**108.56**

2 Schwerpunkt

$$\bar{x}_c = \frac{137.96}{88.80} = \mathbf{1.554}\ \mathrm{m} \qquad \bar{z}_c = \frac{108.56}{88.80} = \mathbf{1.223}\ \mathrm{m}$$

Das Gewicht der Wand **W_c = 88.80 kN/m**, $\bar{x}_c$ = 1.55 m vom vorderen Sporn, $\bar{z}_c$ = 1.22 m von der Sohle; sein Moment M = −137.96 kN·m/m (rückhaltend).

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Mit der Wand mitbewegter Boden und Druckebene

THEORIE

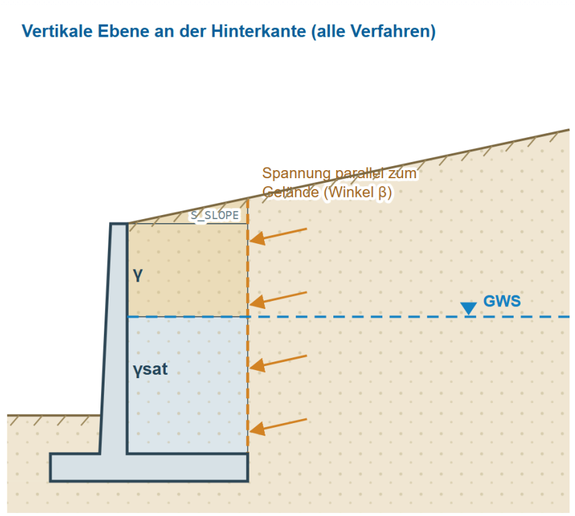
Der Boden über dem hinteren Sporn der Fundamentplatte kann gegenüber der Platte nicht abgleiten: Bewegt sich die Wand, so bewegt er sich **mit ihr**. Die Bruchflächen beginnen **an der Hinterkante des hinteren Sporns**, nicht an der Rückseite des Wandschafts. Freikörper = Wand + Spornblock; seine Außenfläche ist die **vertikale Druckebene** bei x = B (Boden gegen Boden: keine Wandreibung, Erddruck δ = β):

Gewicht des hinteren Sporns $W_s = \gamma\, L_h\, H$ (aufgeteilt in feuchte/gesättigte Bereiche; da mit totaler Spannung gerechnet wird, wird unter Wasser γ_{sat} verwendet, der Auftrieb des Wassers bleibt ein separater Posten).

Vorn bewegt sich die Auffüllung über der Fundamentplatte (h_p) mit der Platte: vertikale Last W_{toe}.

Eine Auflast auf dem hinteren Sporn $\mathbf{Q_{heel} = qL_h}$ ist günstig wirkend, da sie jedoch auch fehlen kann, **geht sie in keinen Nachweis ein**; ihre seitliche Wirkung wird stets berücksichtigt.

Höhe der Druckebene $h = t_f + H$ (einschließlich des Anstiegs der Geländeoberfläche).



Aufgabe

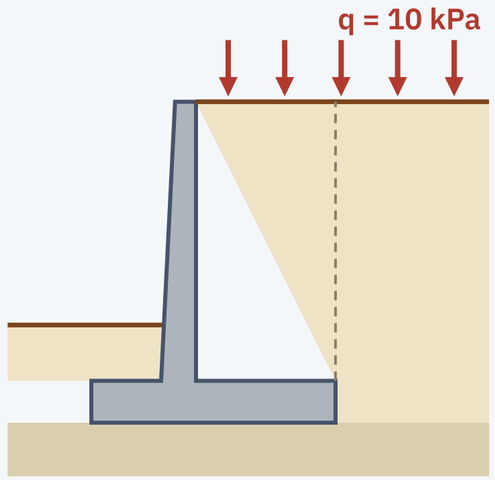
BEISPIEL

Gegeben

Wand	**Schnitt aus Beispiel 1; Höhe der vorderen Anschüttung $h_p = 0.80$ m (über der Fundamentplatte)**
Baugrund	**trockene Auffüllung: $\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$, $\varphi' = 30°$; horizontale Geländeoberfläche**
Auflast	$q = 10$ **kPa**

GESUCHT

Die **Wichte und Lage** des Fersenblocks; die **Vorschüttung**; **Q_{heel}**; die gesamte vertikale Last N.



Lösung

LÖSUNG

1 Hinterer Spornblock (Rechteck L_h × H, hinter dem Wandschaft)

$$A_s = L_h H = 2.00(4.0) = 8.0\ \text{m}^2 \qquad W_s = 18(8.0) = \mathbf{144.0}\ \text{kN/m}$$

$$\bar{x}_s = L_t + t_b + \frac{L_h}{2} = 2.50\ \text{m} \qquad \bar{z}_s = t_f + \frac{H}{2} = 2.60\ \text{m}$$

2 Vorderer Sporn (Trapez: L_t = 1.00 an der Sohle, $x_{vorn}(h_p)$ = 1.04 an der Oberkante) und Auflast

$$A_{toe} = \tfrac{1}{2}(1.00 + 1.04)(0.80) = 0.816\ \text{m}^2 \quad W_{toe} = 18(0.816) = \mathbf{14.69}\ \text{kN/m}\ (\bar{x} = 0.510)$$

$$Q_{heel} = qL_h = 10(2.00) = \mathbf{20.0}\ \text{kN/m}\ (\text{keinem Nachweis unterworfen})$$

N = W_c + W_s + W_{toe} = 88.80 + 144.00 + 14.69 = **247.49 kN/m**; Q_{heel} = 20.00 kN/m ist der in der Tabelle „unbenutzt“ gelassene Posten.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Schub in der vertikalen Ebene, Auflast und kombinierter passiver Erddruck

THEORIE

Die Druckebene liegt in der Höhe h = t_f + H. Da die Hinterfüllung horizontal ist und δ = β = 0 gilt, ist Rankine = Coulomb:

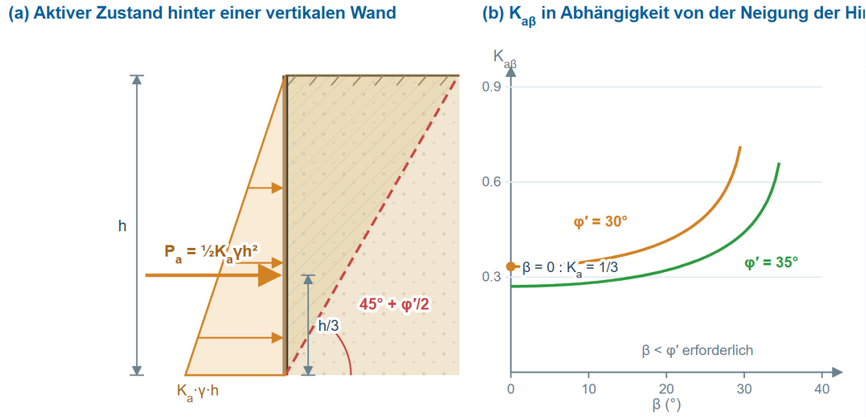
$$K_a = \frac{1-\sin\varphi'}{1+\sin\varphi'} \qquad P_A = \tfrac{1}{2}K_a\gamma h^2\ (h/3) \qquad P_Q = K_a q h\ (h/2)$$

Bei geneigter Hinterfüllung verläuft die Spannung in der Ebene parallel zur Oberfläche ($K_{a\beta}$), die vertikale Komponente des Erddrucks wirkt rückhaltend. Vorderer Widerstand (nur beim Gleiten):

$$K_{mob} = wK_p + (1-w)K_0 \qquad P_P = \tfrac{1}{2}K_{mob}\gamma D_p^2\ (D_p/3) \qquad D_p = t_f + h_p$$

w = 1/3 als Standard; kann der Boden vor der Wand entfernt werden, wird der Ansatz mit h_p = 0 oder h_{ignore} reduziert; **beim Kippen und beim Grundbruch wird kein Widerstand vor der Wand angesetzt**.

Details (Äquivalenz von Rankine/Coulomb, K_{mob}, h_{ignore}) sind in der Präsentation zur Schwergewichtsstützwand enthalten.



Aufgabe

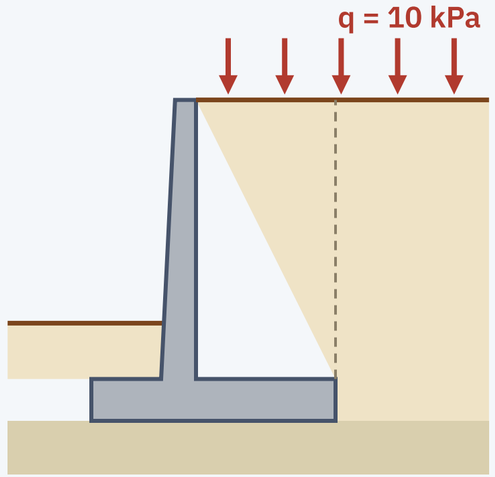
BEISPIEL

Gegeben

Wand und Boden	**Die Stützwand aus den Beispielen 1–2: h = t_f + H = 4.60 m; $\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$, $\varphi' = 30°$; horizontale Geländeoberfläche; $q = 10$ kPa**
Vorderer Boden	$D_p = t_f + h_p = 1.40$ **m; w = 1/3**

GESUCHT

P_A, P_Q, P_P und das Kippmoment um den vorderen Sporn.



Lösung

LÖSUNG

1 K_a = 0.3333; Erddruckkräfte (h = 4.60 m)

$$P_A = \tfrac{1}{2} K_a \gamma h^2 = \tfrac{1}{2}(0.3333)(18)(21.16) = \mathbf{63.48}\ \mathrm{kN/m} \quad (z = 1.533\ \mathrm{m})$$

$$P_Q = K_a q h = 0.3333(10)(4.6) = \mathbf{15.33}\ \mathrm{kN/m} \quad (z = 2.30\ \mathrm{m})$$

2 Frontwiderstand: K_{mob} = ⅓(3.00) + ⅔(0.50) = 1.333

$$P_P = \tfrac{1}{2}(1.333)(18)(1.40)^2 = \mathbf{23.52}\ \mathrm{kN/m} \quad (z = D_p/3 = 0.467\ \mathrm{m})$$

3 Horizontale Beanspruchung und Kippmoment (um die Kippkante)

$$\Sigma H_{drive} = 63.48 + 15.33 = \mathbf{78.81}\ \mathrm{kN/m}$$

$$M_o = 63.48(1.533) + 15.33(2.30) = 97.34 + 35.27 = \mathbf{132.60}\ \mathrm{kN{\cdot}m/m}$$

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

vier Nachweise aus demselben Kräfteverzeichnis

THEORIE

$$FS_s = \frac{\mu_b N + P_{toe}}{\Sigma H_{drive}} \qquad FS_o = \frac{\Sigma M_{res}}{\Sigma M_{ov}} \qquad x_R = -\frac{\Sigma M}{V} \qquad e = \frac{B}{2} - x_R$$

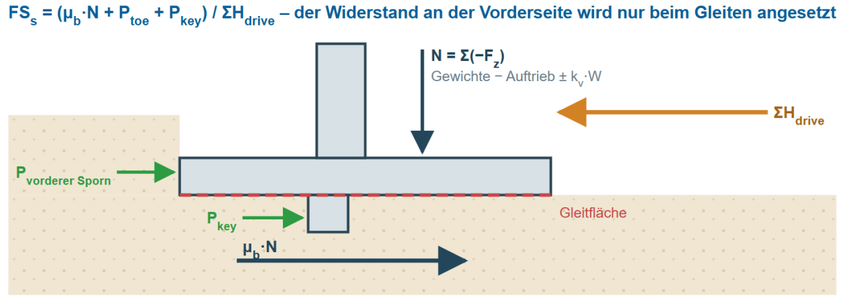
$$|e| \le \frac{B}{6}: \quad q_{max,min} = \frac{V}{B}\left(1 \pm \frac{6e}{B}\right) \qquad |e| > \frac{B}{6}: \quad q_{max} = \frac{2V}{3x_R}$$

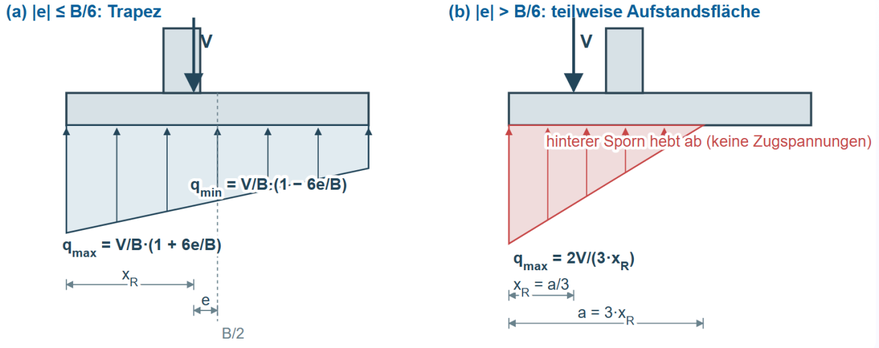
Gleiten: N ist die wirksame Normalkraft (ohne Q_{heel}, Auftrieb abgezogen); $\mu_b = \tan \delta_b$; keine Adhäsion.

Kippen: um den vorderen Sporn (die vordere untere Ecke der Fundamentplatte); die Anteile $-zF_x$ und xF_z jedes Elements werden mit ihrem eigenen Vorzeichen angesetzt; der vordere Erdwiderstand geht nicht ein.

Grundbruch: Liegt die Resultierende im mittleren Drittel der Sohle ($|e| \le B/6$), ist die Sohle vollständig in Kontakt; andernfalls kann der Boden keine Zugspannungen aufnehmen, und nur eine Länge $a = 3x_R$ ist in Kontakt.

Erforderlich: im statischen Fall $FS_s \ge 1.5$, $FS_o \ge 2.0$; im Erdbebenfall ≥ 1.1; $q_{max} \le q_{all}$.





Aufgabe

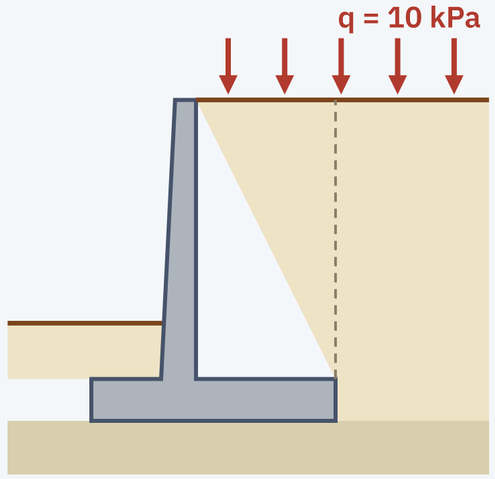
BEISPIEL

Gegeben

Wand und Lasten	**Stützwand in Beispiel 1–3:** $B = 3.5$ **m;** $W_c = 88.8,\ W_s = 144.0,\ W_{toe} = 14.69\ \mathrm{kN/m}$**;** $P_A = 63.48,\ P_Q = 15.33\ \mathrm{kN/m}$
Widerstand	$\mu_b = 0.55$**;** $P_P = 23.52$ **kN/m;** $q_{all} = 200$ **kPa**
Erforderlich	$FS_s \geq 1.5,\ \ FS_o \geq 2.0$**; Sohle vollständig im Kontakt**

GESUCHT

FS_s, FS_o, x_R, e, q_{max}, q_{min} und die Ergebnisse.



Lösung (1/3)

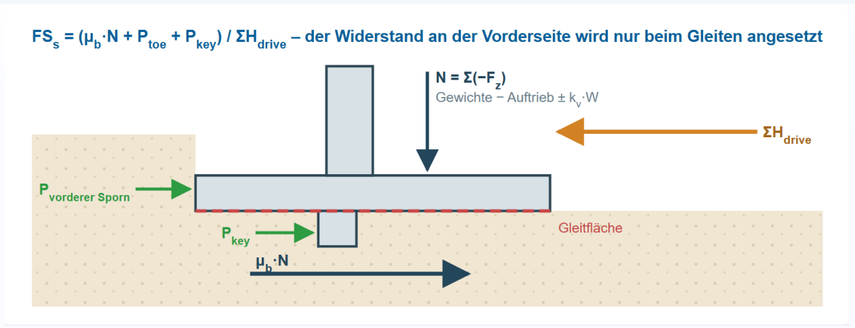
LÖSUNG

1 Sohlreibung ($N = W_c + W_s + W_{toe}$)

$$N = 88.8 + 144.0 + 14.69 = \mathbf{247.49}\ \text{kN/m}$$

$$\mu_b N = 0.55(247.49) = 136.12\ \text{kN/m}$$

$$FS_s = \frac{136.12 + 23.52}{78.81} = \mathbf{2.026}\ \geq 1.5\ \checkmark$$



Lösung (2/3)

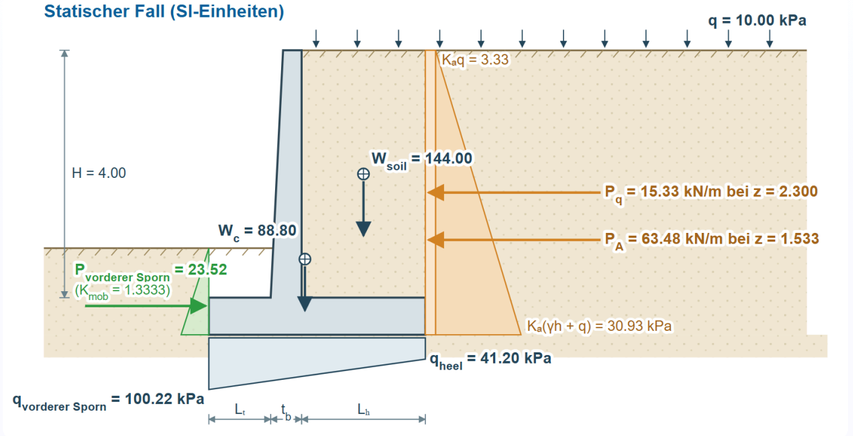
LÖSUNG

2 Kippmoment (Erddrücke) und rückhaltendes Moment (Wand, hinterer Spornblock, Vorschüttung)

$$M_o = 97.34 + 35.27 = \mathbf{132.60}$$

$$M_r = 137.96 + 360.00 + 7.49 = \mathbf{505.45}\ \mathrm{kN\cdot m/m}$$

$$FS_o = \frac{505.45}{132.60} = \mathbf{3.812}\ \geq 2.0\ \checkmark$$



Lösung (3/3)

LÖSUNG

3 Lage der Resultierenden und Ausmitte

$$\Sigma M = M_o - M_r = -372.85$$

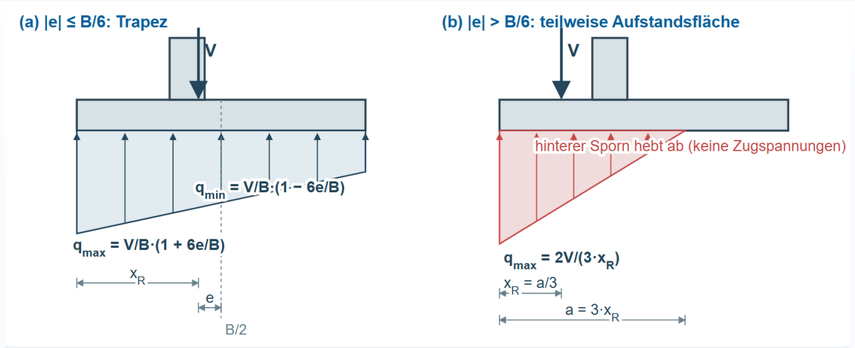
$$x_R = -\frac{\Sigma M}{V} = \frac{372.85}{247.49} = \mathbf{1.5065}\ \text{m}$$

$$e = \frac{B}{2} - x_R = \mathbf{0.2435}\ \text{m} \ \leq\ \frac{B}{6} = 0.583\ \checkmark$$

4 Sohlspannungen (volle Sohlfläche)

$$q_{max} = \frac{247.49}{3.5}\left(1 + \frac{6(0.2435)}{3.5}\right) = \mathbf{100.22}\ \text{kPa}$$

$$q_{min} = \mathbf{41.20}\ \text{kPa}$$



FS_s = **2.03**, FS_o = **3.81**, e = 0.243 m, q_{max} = **100.2 kPa** ≤ 200, q_{min} = 41.2 kPa > 0: **im statischen Fall sind alle Nachweise erfüllt.**

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Mononobe–Okabe-Schub und Addition der Trägheitskraft

THEORIE

Im Erdbebenfall wird anstelle des statischen Erddrucks $P_A + P_Q$ der **Mononobe–Okabe**-Erddruck P_{AE} angesetzt; die Trägheit der Wand, des hinteren Sporns und der vorderen Hinterfüllung $k_h W$ drückt ebenfalls in den Schwerpunkten nach vorn (bei $k_v > 0$ werden beide Richtungen untersucht). In der vertikalen Ebene, bei horizontaler Hinterfüllung:

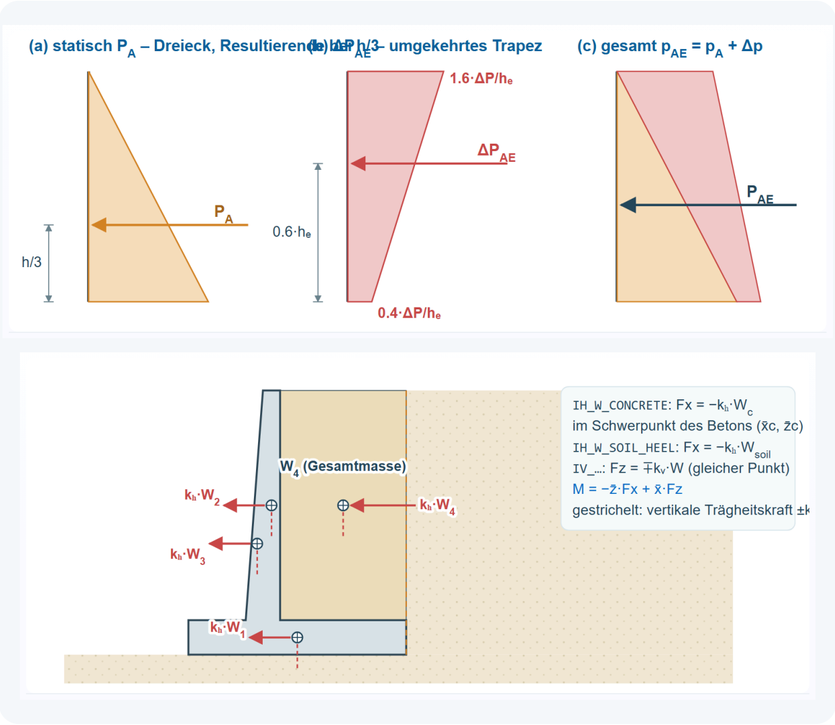
$$\theta = \tan^{-1}\frac{k_h}{1-k_v} \qquad K_{AE} = \frac{\cos^2(\varphi' - \theta)}{\cos^2\theta\left[1+\sqrt{\dfrac{\sin\varphi'\sin(\varphi'-\theta)}{\cos\theta}}\right]^2}$$

$$P_{AE} = \left(\tfrac{1}{2}\gamma h^2 + qh\right) K_{AE} \qquad \Delta P_{AE} = P_{AE} - (P_A + P_Q)\ \ (0.6h)$$

ΔP_{AE} wird als umgekehrtes Trapez verteilt (oben $1.6\Delta P/h$, unten $0.4\Delta P/h$); der statische Anteil behält seine Form. Bei Wasser wird der hydrodynamische Druck $(7/12)k_h\gamma_w h_w^2$ addiert.

Der vordere passive Erddruck wird mit $\eta_{p,E}$ multipliziert; **Standardwert 0** (die Sicherheit gegen Gleiten ergibt sich allein aus der Sohlreibung).

Fällt die Resultierende aus dem mittleren Drittel der Sohle, entsteht **teilweiser Kontakt** ($q_{max} = 2V/(3x_R)$).



Aufgabe

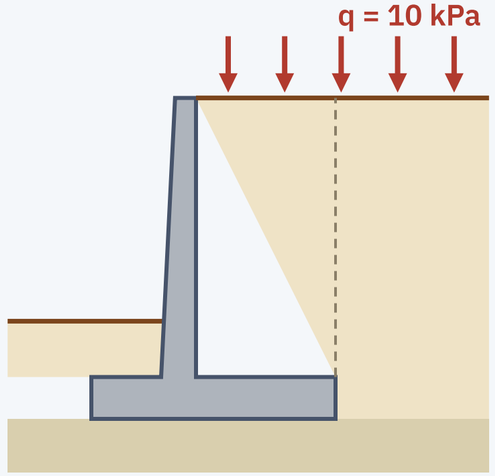
BEISPIEL

Gegeben

Wand und Boden	**Die Stützwand aus den Beispielen 1–4 (statisch FS_s = 2.03; FS_o = 3.81)**
Erdbeben	$k_h = 0.15$, $k_v = 0$; $\eta_{p,E} = 0$; **erforderlich** $FS_s,\ FS_o \geq 1.1$; **die Sohle muss vollständig in Kontakt sein (|e| ≤ B/6)**

GESUCHT

K_{AE}, P_{AE}, $\bar{z}$, Trägheitskräfte; FS_s, FS_o, e, q_{max} und das Ergebnis jedes Nachweises.



Lösung (1/4)

LÖSUNG

1 Erdbebenwinkel und Erdbebenbeiwert

$$\theta = \tan^{-1} 0.15 = 8.53^\circ$$

$$\sqrt{\sin 30^\circ \sin(30^\circ - 8.53^\circ)/\cos 8.53^\circ} = 0.4302$$

$$K_{AE} = \frac{\cos^2(21.47^\circ)}{\cos^2 8.53^\circ (1 + 0.4302)^2} = \mathbf{0.4329}$$

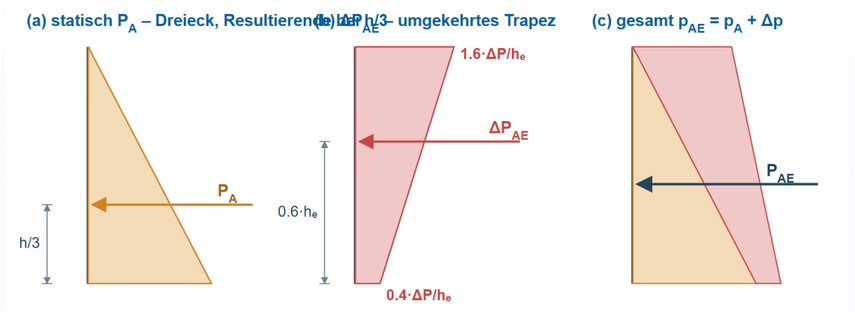
2 Dynamischer Andruck (statisch P_A + P_Q = 78.81 kN/m) und seine Lage

$$P_{AE} = (190.44 + 46.0)(0.4329) = \mathbf{102.36}\ \text{kN/m}$$

$$\Delta P_{AE} = 102.36 - 78.81 = 23.55\ \text{kN/m}\ \ (0.6h)$$

$$\bar{z}_{AE} = [63.48(1.533) + 15.33(2.30) + 23.55(2.76)]/102.36$$

$$= \mathbf{1.930}\ \text{m}$$



Lösung (2/4)

LÖSUNG

3 Trägheitskräfte $k_h W$ und Gleiten (keine Anrechnung des passiven Erddrucks)

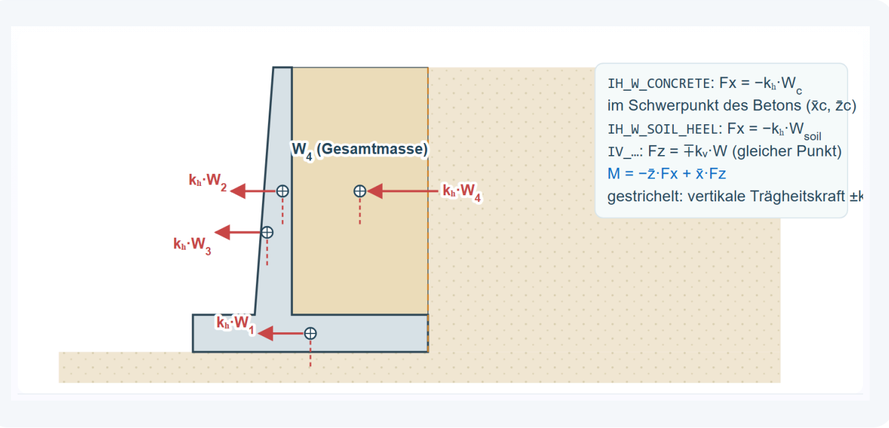
$$IH_c = 0.15(88.8) = 13.32 \quad (z = 1.223\ \text{m})$$

$$IH_s = 0.15(144.0) = 21.60 \quad (z = 2.60\ \text{m})$$

$$IH_{toe} = 0.15(14.69) = 2.20\ \text{kN/m}$$

$$\Sigma H_{drive} = 102.36 + 13.32 + 21.60 + 2.20 = 139.49$$

$$FS_{s,E} = \frac{\mu_b N}{\Sigma H_{drive}} = \frac{136.12}{139.49} = \mathbf{0.976} \ < 1.1 \ \text{✗}$$



Lösung (3/4)

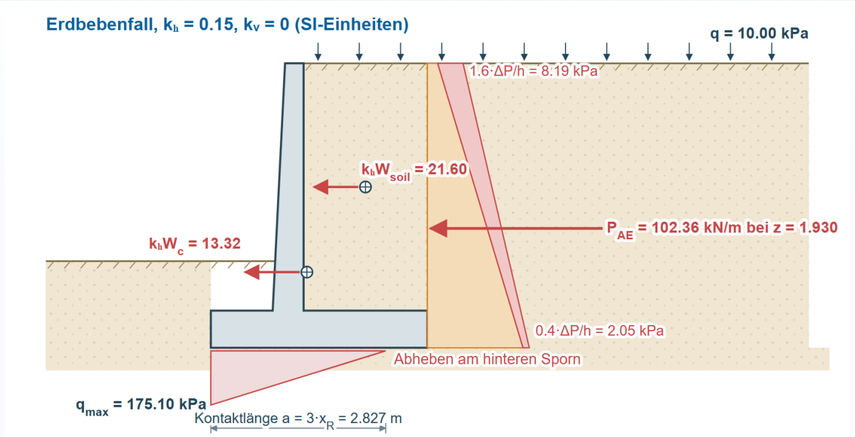
LÖSUNG

4 Kippen (Momentenhebelarme: $\bar{z}_{AE}$ = 1.930; z_c = 1.223; 2.60; 1.003 m)

$$M_{o,E} = 197.60 + 16.28 + 56.16 + 2.21 = 272.26$$

$$FS_{o,E} = \frac{505.45}{272.26} = \mathbf{1.857} \;\geq 1.1 \;\checkmark$$

$$x_R = \frac{505.45 - 272.26}{247.5} = 0.942 \text{ m}$$



Lösung (4/4)

LÖSUNG

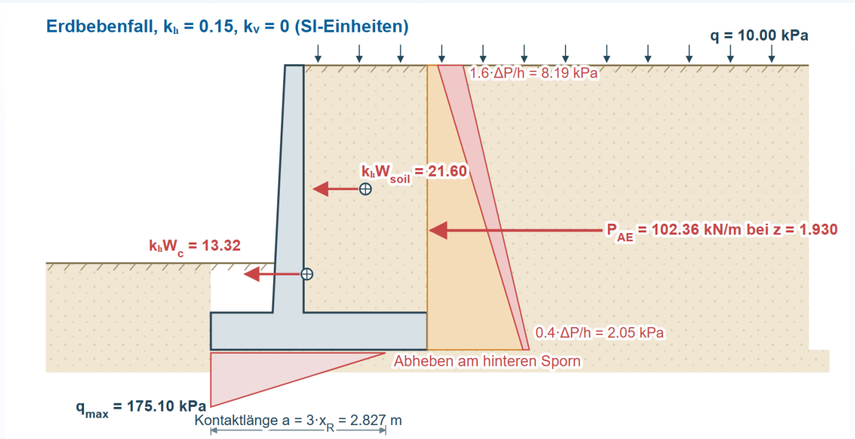
5 Ausmitte und teilweiser Kontakt

$$e = \frac{B}{2} - x_R = 1.750 - 0.942 = \mathbf{0.808}\ \text{m} > \frac{B}{6} = 0.583 \quad ✗$$

$$a = 3x_R = 2.827\ \text{m} \quad (\text{nur diese Länge im Kontakt})$$

$$q_{max} = \frac{2V}{a} = \frac{2(247.5)}{2.827} = \mathbf{175.1}\ \text{kPa} \quad q_{min} = 0$$

Im Erdbebenfall sind **Gleiten (FS_s = 0.98 < 1.1)** und **Ausmitte (e = 0.81 m > B/6)** nicht erfüllt; Kippen (FS_o = 1.86) und q_{max} = 175.1 kPa sind ausreichend. Der Querschnitt **ist zu überarbeiten** (Beispiel 6).



Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Aufgabe

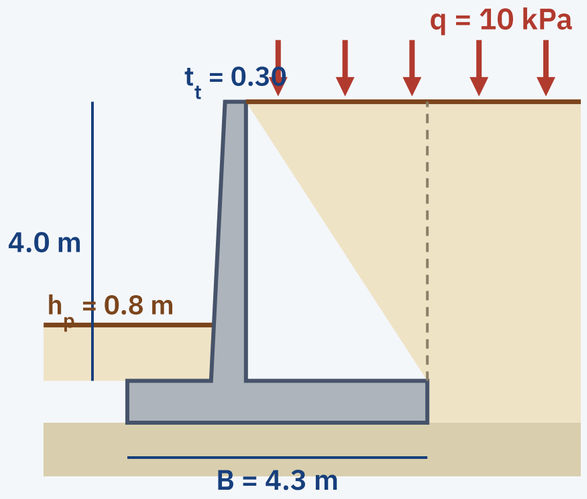
BEISPIEL

Gegeben

Problem	**In Beispiel 5 gilt im Erdbebenfall FS_s = 0.98 < 1.1 und e = 0.81 m > B/6 = 0.58 m**
Vorgeschlagene Änderung	**vorderer und hinterer Sporn verlängert: $L_t = 1.20$ m, $L_h = 2.60$ m (B = 4.30 m); übrige Abmessungen und Boden unverändert**

GESUCHT

Mit dem neuen Querschnitt statisch und Erdbeben **FS_s**, **FS_o**, **e**, **q_{max}**; ist der Querschnitt ausreichend?



Lösung

LÖSUNG

1 Gleiche Belastung, neue Geometrie (Modul; B = 4.30 m, W_c = 100.3 kN/m, N = 305.1 kN/m)

	Bestehend (B = 3.5 m)	Überarbeitet (B = 4.3 m)	Erforderlich
Statisch FS_s	2.026	2.427	≥ 1.5
Statisch FS_o	3.812	5.753	≥ 2.0
Statisches e (m) / q_{max} (kPa)	0.243 / 100.2	0.084 / 79.3	|e| ≤ B/6
Erdbeben FS_s	0.976 ✗	1.133 ✓	≥ 1.1
Erdbeben FS_o	1.857	2.630	≥ 1.1
Erdbeben e (m) / Kontakt	0.808 / teilweise ✗	0.600 / vollständig ✓ (B/6 = 0.717)	|e| ≤ B/6
Erdbeben q_{max} (kPa)	175.1	130.4	≤ 200

Durch die Verlängerung von vorderem und hinterem Sporn stieg N von 247 auf 305 kN/m und die Reibung wurde erhöht: im Erdbebenfall **FS_s = 1.13 ≥ 1.1**, die Resultierende fiel in den mittleren Drittelbereich (e = 0.60 ≤ B/6 = 0.717): **alle Nachweise sind erfüllt**. Alternativen: Schubnocke + $\eta_{p,E}$ (Beispiel 9), ein breiterer hinterer Sporn.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Wandschaft, vorderer und hinterer Sporn: kritische Schnitte

THEORIE

Nachdem die äußere Standsicherheit erfüllt ist, werden die **Schnittkräfte** der Elemente ermittelt. Die **Wandschaft** ist eine Konsole, die durch den Rückwanddruck belastet und an ihrer Basis (oberhalb der Fundamentplatte) eingespannt ist:

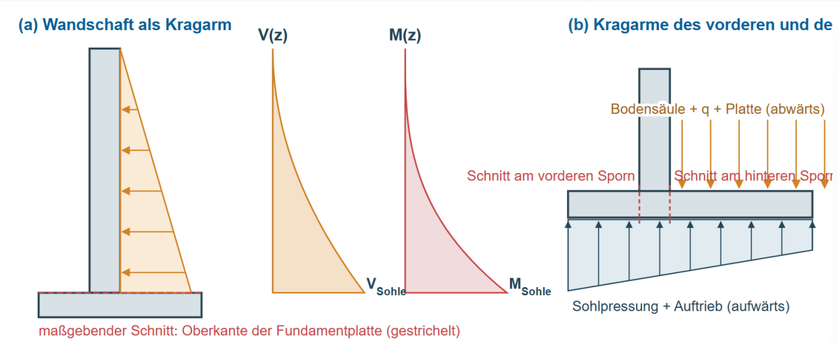
$$V_{st} = K_a\left(\tfrac{1}{2}\gamma H^2 + qH\right) \qquad M_{st} = K_a\left(\frac{\gamma H^3}{6} + \frac{qH^2}{2}\right)$$

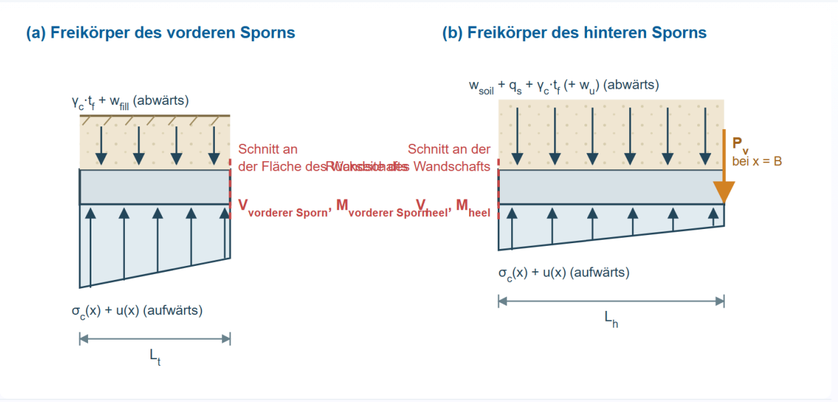
Im Erdbebenfall: $V_E = V + \Delta P_{AE,st} + k_h W_{Wand}$, $M_E = M + \Delta P_{AE,st}(0.6H) + k_h W_{Wand}\bar{z}$ ($\Delta P_{AE,st} = K_{AE}(\tfrac{1}{2}\gamma H^2 + qH) - V_{st}$). **Vorderer und hinterer Sporn** sind als Platten an den Wandflächen eingespannt; Last = Sohlpressung – das Gewicht der Platte und des darüber liegenden Bodens:

$$V_{toe} = L_t\frac{q_0 + q_L}{2} - w_{toe}L_t \qquad M_{toe} = \frac{L_t^2(2q_0 + q_L)}{6} - \frac{w_{toe}L_t^2}{2}$$

$$V_{heel} = w_h L_h - L_h\frac{q_a + q_b}{2} \qquad M_{heel} = \frac{w_h L_h^2}{2} - \frac{L_h^2(q_a + 2q_b)}{6}$$

$w_{toe} = \gamma_c t_f + \gamma h_p$; $w_h = \gamma H + q + \gamma_c t_f$; q_0, q_L, q_a, q_b sind die Sohlpressungen an den kritischen Schnitten (lineare Verteilung).





Aufgabe

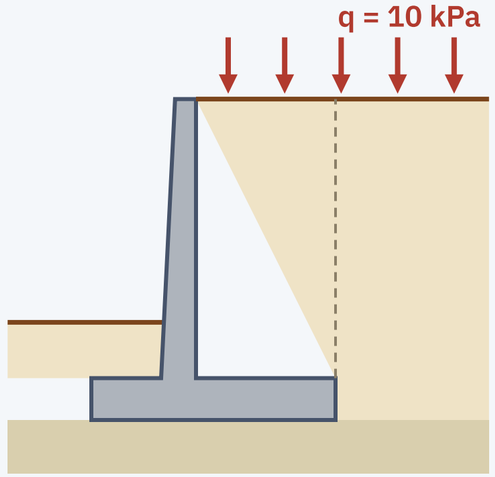
BEISPIEL

Gegeben

Wand und Boden	**Wand aus Beispiel 1–5:** $H = 4.0$ **m;** $\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$, $\varphi' = 30°$**;** $q = 10$ **kPa;** **Wandschaft:** $t_t = 0.30$, $t_b = 0.50$ **m**
Erdbeben	$k_h = 0.15$ $(K_{AE} = 0.4329)$

GESUCHT

Die **V** und **M** an der Basis des Wandschafts: im statischen Fall und im Erdbebenfall.



Lösung (1/2)

LÖSUNG

1 Statisch (am Wandfuß, H = 4.0 m)

$$V_{st} = K_a\left(\tfrac{1}{2}\gamma H^2 + qH\right) = 0.3333(144 + 40) = \mathbf{61.33}\ \mathrm{kN/m}$$

$$M_{st} = K_a\left(\frac{\gamma H^3}{6} + \frac{qH^2}{2}\right) = 0.3333(192 + 80) = \mathbf{90.67}\ \mathrm{kN\cdot m/m}$$

Lösung (2/2)

LÖSUNG

2 Erdbeben: seismischer Zuschlag und Trägheit der Wand

$$\Delta P_{AE,st} = K_{AE}(184) - V_{st} = 79.66 - 61.33 = 18.33\ \text{kN/m} \quad (0.6H = 2.40\ \text{m})$$

$$k_h W_{st} = 0.15(24)(1.2 + 0.4) = 5.76\ \text{kN/m}; \qquad M_i = 10.56\ \text{kN·m/m}$$

3 Gesamte Erdbebenwirkungen

$$V_E = 61.33 + 18.33 + 5.76 = \mathbf{85.42}\ \text{kN/m}$$

$$M_E = 90.67 + 18.33(2.40) + 10.56 = \mathbf{145.21}\ \text{kN·m/m}$$

Am Wandschaftsfuß statisch **V = 61.33 kN/m, M = 90.67 kN·m/m**; Erdbeben **V_E = 85.42, M_E = 145.21** (eine Zunahme des Moments um 60 %). Die Bemessung des Stahlbetons erfolgt mit diesen Beanspruchungen.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Aufgabe

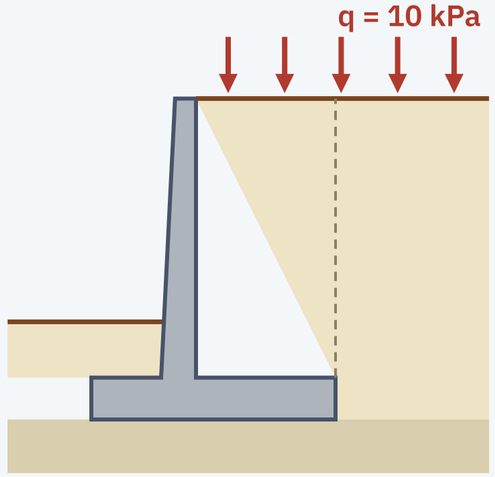
BEISPIEL

Gegeben

Sohlspannungen (Beispiel 4)	$q_{max} = 100.22$ **(vorderer Sporn),** $q_{min} = 41.20$ **kPa (Ende des hinteren Sporns);** $B = 3.5$ **m**
Plattenlasten	$L_t = 1.00$, $L_h = 2.00$ **m,** $t_b = 0.50$ **m,** $t_f = 0.60$ **m;** $\gamma_c = 24$**; Vorschüttung** $h_p = 0.8$ **m**

GESUCHT

Die **V**- und **M**-Werte der Platten des vorderen und hinteren Sporns an der Wandschaftsfläche (statisch); Werte für den Erdbebenfall.



Lösung (1/2)

LÖSUNG

1 Sohlspannungen an den kritischen Schnitten (linear): q_0 am vorderen Sporn, q_L und q_a an der Wandschaftinnenseite, q_b am Ende des hinteren Sporns

$$q_0 = 100.22 \qquad q_L = q_0 + (q_{min} - q_0)\frac{L_t}{B} = 83.36$$

$$q_a = q_0 + (q_{min} - q_0)\frac{L_t + t_b}{B} = 74.93 \qquad q_b = 41.20\ \text{kPa}$$

2 Vorderer Sporn (w_{toe} = 24(0.60) + 18(0.80) = 28.8 kPa)

$$V_{toe} = 1.00\frac{100.22 + 83.36}{2} - 28.8(1.00) = \mathbf{62.99}\ \text{kN/m}$$

$$M_{toe} = \frac{1^2(2\cdot 100.22 + 83.36)}{6} - \frac{28.8(1)^2}{2} = \mathbf{32.90}\ \text{kN·m/m}$$

Lösung (2/2)

LÖSUNG

3 Hinterer Sporn (w_h = 18(4.0) + 10 + 24(0.60) = 96.4 kPa; Last nach unten, Sohlspannung nach oben)

$$V_{heel} = 96.4(2.00) - 2.00\frac{74.93+41.20}{2} = \mathbf{76.67}\ \mathrm{kN/m}$$

$$M_{heel} = \frac{96.4(2)^2}{2} - \frac{2^2(74.93+2\cdot 41.20)}{6} = \mathbf{87.92}\ \mathrm{kN\cdot m/m}$$

Vorderer Sporn: **V = 62.99, M = 32.90**; hinterer Sporn: **V = 76.67, M = 87.92** (vorderer Sporn nach oben, hinterer Sporn nach unten geneigt). Im Erdbebenfall (Teilkontakt, Modul): vorderer Sporn V = 115.33, M = 62.83; hinterer Sporn V = 138.28, M = 168.69: **das Moment am hinteren Sporn steigt um das 1.9-Fache**.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Vereinfachtes Verfahren mit Schubnocke

THEORIE

Reicht die Sohlreibung nicht aus, wird unterhalb der Sohle ein **Schubnocke** in den ungestörten Boden betoniert; die Stirnfläche der Nocke addiert den passiven Widerstand des davor liegenden Bodens zur Gleitfläche. Das Verfahren ist bewusst einfach gehalten: Die Nockenstirnfläche nimmt einen **mobilisierten** Erddruck $K_{mob}\sigma'_v$ auf und wird beim Gleiten voll angesetzt; die **Schnittgrößen** der Nocke werden aus dem **Brutto-Vollpassiv**-Diagramm ermittelt:

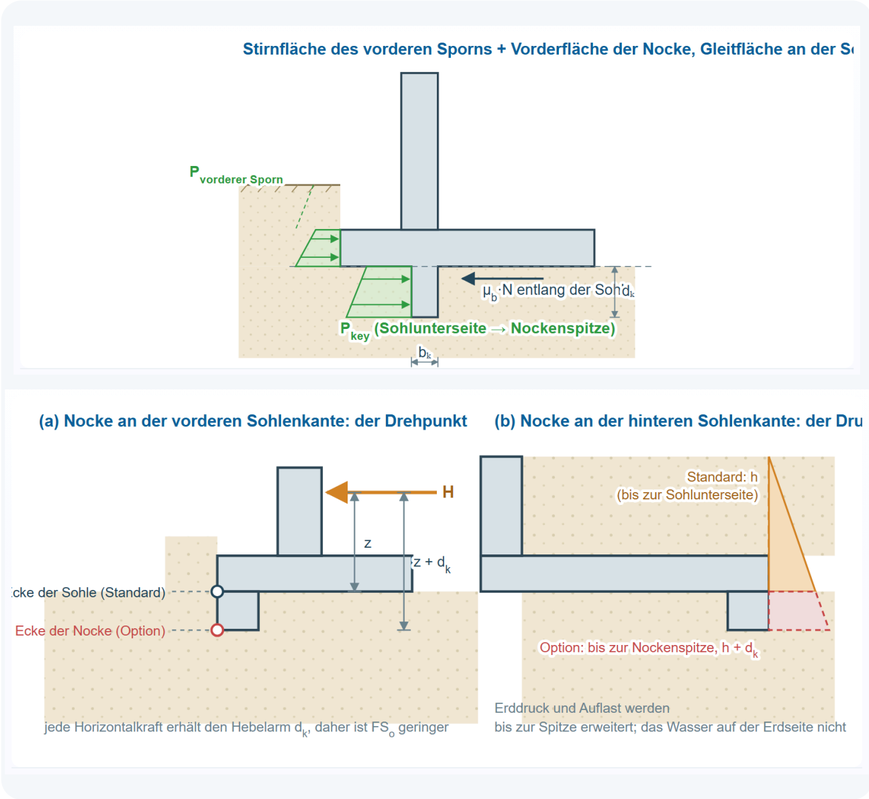
$$P_{key} = \tfrac{1}{2}\,(p_{top} + p_{bot})\,d_k \quad (p = K_{mob}\sigma'_v) \qquad V_{key} = \tfrac{1}{2}\,(p^g_{top} + p^g_{bot})\,d_k \quad (p^g = K_p\sigma'_v)$$

$$M_{key} = p^g_{top}\frac{d_k^2}{2} + (p^g_{bot} - p^g_{top})\,\frac{d_k^2}{3}$$

Das Gewicht der Schubnocke (auf N_{eff}) ist sowohl im statischen Fall als auch im Erdbebenfall enthalten. Passive Widerstände werden **nur beim Gleiten** angesetzt; im Erdbebenfall werden beide mit $\eta_{p,E}$ multipliziert (Standard 0, d. h. keine Anrechnung).

Drehpunkt: Bei einer Schubnocke an der Spornkante kann als Kippkante die vordere untere Ecke der Fundamentplatte (Standard) oder die vordere untere Ecke der Schubnocke gewählt werden; bei einer Schubnocke an der Heel-Kante kann der aktive Druck bis zur Nockenspitze verlängert werden.

$\Delta FS = P_{key}/\Sigma H_{drive}$ wird in jedem Fall berichtet.



Aufgabe

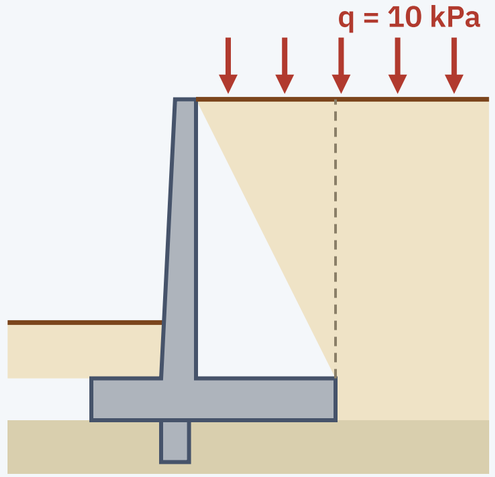
BEISPIEL

Gegeben

Wand	**Die Wand aus den Beispielen 1–5; Schubnocke nahe der Kante des vorderen Sporns:** $x_k = 1.0$ **m,** $b_k = 0.40$ **m,** $d_k = 0.60$ **m (unterhalb der Fundamentplatte)**
Baugrund	$\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi' = 30°$**; vorderer Boden** $D_f = 1.4$ **m (2.0 m unter der Sohle);** $w = 1/3$ **(**$K_{mob} = 1.333$**)**
Erdbeben	$\eta_{p,E} = 0$ **(Standard) und** $\eta_{p,E} = 0.5$

GESUCHT

Widerstand der Schubnocke **P_{key}**, statischer **FS_S**; Schnittgrößen in der Nocke **V_{key}**, **M_{key}**; Einfluss von $\eta_{p,E}$ im Erdbebenfall.



Lösung (1/2)

LÖSUNG

1 Kombinierte Pressung an der Stirnfläche der Schubnocke ($\sigma'_v = 18\,z$; $z = 1.4 \rightarrow 2.0$ m)

$$p_{top} = K_{mob}(25.2) = 33.6 \qquad p_{bot} = K_{mob}(36.0) = 48.0\ \text{kPa}$$

$$P_{key} = \tfrac{1}{2}(33.6 + 48.0)(0.60) = \mathbf{24.48}\ \text{kN/m}$$

2 Statisches Gleiten (das Gewicht der Schubnocke 5.76 kN/m geht in N ein; der vordere Sporn wird mit passivem Erddruck von 23.52 angesetzt)

$$N_{eff} = 253.25 \qquad \mu_b N = 139.29\ \text{kN/m}$$

$$FS_s = \frac{139.29 + 23.52 + 24.48}{78.81} = \mathbf{2.376}\ \ (\text{ungeschlitzt } 2.066)$$

Lösung (2/2)

LÖSUNG

3 Schnittgrößen der Schubnocke: Brutto-Vollpassivwiderstand (K_p = 3.00): p^g_{oben} = 75.6; p^g_{unten} = 108.0 kPa

$$V_{key} = \tfrac{1}{2}(75.6 + 108.0)(0.60) = \mathbf{55.08}\ \mathrm{kN/m}$$

$$M_{key} = 45.36(0.30) + 9.72(0.40) = \mathbf{17.50}\ \mathrm{kN\cdot m/m}$$

Die Schubnocke erhöhte die statische Sicherheit gegen Gleiten von 2.07 auf **2.38** (ΔFS = 0.31). Im Erdbebenfall liefert die Schubnocke bei $\eta_{p,E}$ = 0 **keinen Ansatz**; mit $\eta_{p,E}$ = 0.5 steigt $FS_{s,E}$ von 0.98 auf **1.16** (≥ 1.1 ist erfüllt), aber die Ausmitte (0.80 m > B/6) bleibt bestehen: Deshalb ist die Geometrieänderung in Beispiel 6 wirksamer.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Beidseitig hydrostatisches Wasser, am Fundament linearer Auftrieb

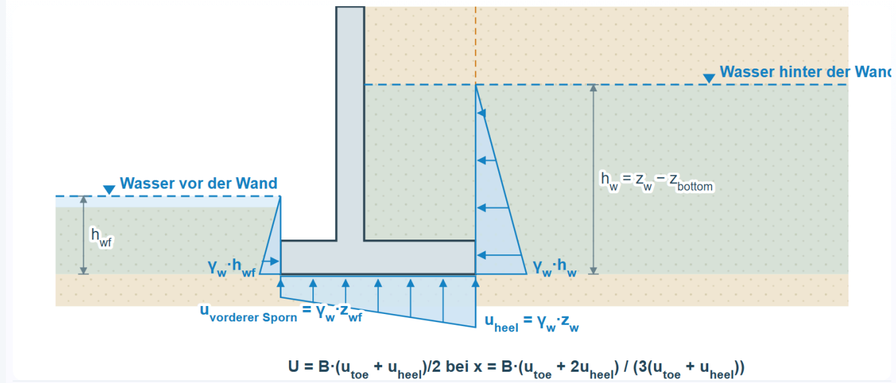
THEORIE

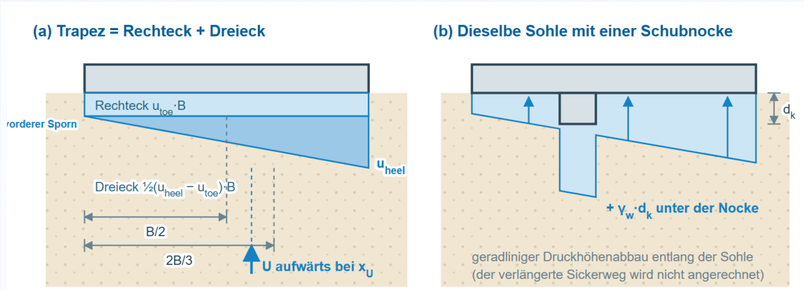
Der Wasserdruck ist isotrop und wirkt senkrecht auf jede Fläche. Der freie Körper ist an drei Rändern von Wasser umgeben: die rückwärtige Druckebene, die Vorderseite der Wand und die Sohlunterseite. Jede ist ein eigener Posten im Kräfteverzeichnis; der Boden wird mit der totalen Spannung angesetzt (γ_{sat}):

$$U_{rear} = \tfrac{1}{2}\gamma_w h_w^2 \;\; (h_w/3) \qquad U = \frac{B(u_{toe}+u_{heel})}{2} \qquad x_U = \frac{B(u_{toe}+2u_{heel})}{3(u_{toe}+u_{heel})}$$

Der Auftrieb wirkt nach oben: er verringert N′ (und damit die Reibung) und erzeugt ein zusätzliches Kippmoment. Die Sohlpressung unter der Fundamentplatte variiert linear zwischen den Wasserlasten am vorderen und am hinteren Sporn.

Im Erdbebenfall wird zusätzlich der hydrodynamische Druck des freien Porenwassers $(7/12)k_h\gamma_w h_w^2$ $(0.4h_w)$ angesetzt.





Aufgabe

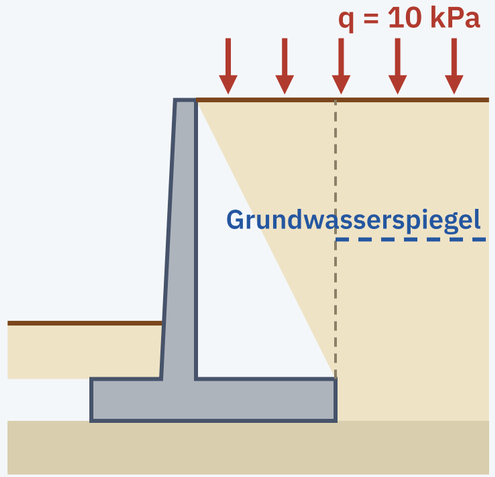
BEISPIEL

Gegeben

Wand und Boden	**Wand und Hinterfüllung aus den Beispielen 1–4 ($\gamma = 18,\ \gamma_{sat} = 20\ \mathrm{kN/m^3}$); statischer Zustand**
Wasser	**in der Hinterfüllung liegt der Grundwasserspiegel 2.0 m unter der Wandkrone; linearer Auftrieb unterhalb der Sohle**

GESUCHT

Kräfteverzeichnis; **FS_s**, **FS_o**, **e**, **q_{max}**; Wirkung des Wassers.



Lösung (1/2)

LÖSUNG

1 Kräfteverzeichnis (Modul; $M = xF_Z - zF_X$, Kippen +)

Element	F_x (kN/m)	F_z (kN/m)	x (m)	z (m)	M (kN·m/m)
Wand	0.00	−88.80	1.55	1.22	−137.96
Hinterer Sporn (mit γ_{sat})	0.00	−152.00	2.50	2.55	−380.00
Q_{heel} (nicht verwendet)	0.00	−20.00	2.50	4.60	−50.00
Vorschüttung	0.00	−14.69	0.51	1.00	−7.49
Erdankraft P_A	−54.68	0.00	3.50	1.64	89.71
Erddruck aus Auflast P_Q	−15.33	0.00	3.50	2.30	35.27
Wasserdruck auf der Rückseite	−33.16	0.00	3.50	0.87	28.74
Auftrieb	0.00	44.64	2.33	0.00	104.15
Spitzenwiderstand	23.52	0.00	0.00	0.47	−10.98

Lösung (2/2)

LÖSUNG

2 Nachweise

$$N = 210.85\ \text{kN/m} \quad FS_s = \frac{116.0 + 23.5}{103.2} = \mathbf{1.352} \quad FS_o = \frac{525.5}{257.9} = \mathbf{2.038}$$

$$e = 0.481\ \text{m}\ (\leq B/6 = 0.583) \qquad q_{max} = 109.9\ \text{kPa} \qquad q_{min} = 10.6\ \text{kPa}$$

Das Wasser veränderte die Sicherheit gegen Gleiten von 2.03 → **1.35** (< 1.5 ✗), die Sicherheit gegen Kippen von 3.81 → **2.04** und e von 0.243 → 0.481 m; der Auftrieb verringerte N um 44.6 kN/m. **Das statische Gleiten ist nicht erfüllt**: Es sind eine Dränage, eine Schubnocke oder eine breitere Sohlfläche erforderlich.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Entlastungsplatte zur Entlastung des Wandschafts

THEORIE

Die Entlastungsplatte ist eine Stahlbetonplatte, die von der Rückseite des Wandschafts in die Hinterfüllung reicht; sie wird bei hohen Wänden (das Moment im Wandschaft wächst mit H³) oder zur Ertüchtigung einer unzureichend bemessenen Wand eingesetzt. Sie hat drei Wirkungen: (1) sie trägt den darüberliegenden Boden; (2) sie **entlastet** den darunterliegenden Wandschaft: unter der Platte setzt die Erddruckbeanspruchung aus dem Eigengewicht wieder ein; (3) sie erhöht das Gewicht der Wand.

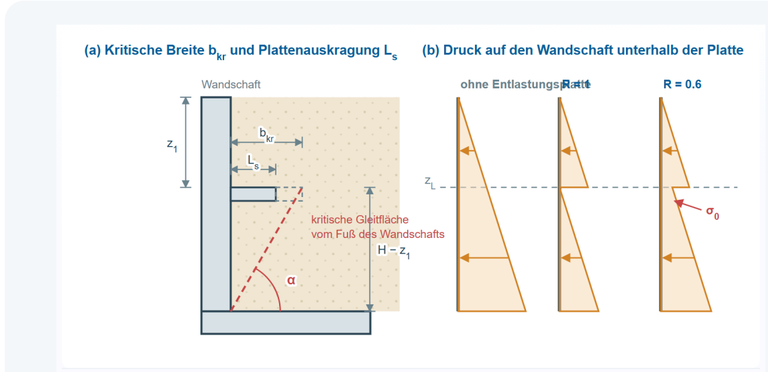
Die Entlastungsplatte ist nur dann voll wirksam, wenn ihre Spitze die **maßgebende Gleitfläche** erreicht, die unterhalb des hinteren Sporns des Wandschafts aufsteigt (Rankine, horizontale Hinterfüllung: α = 45° + φ′/2). Die erforderliche kritische Breite der Entlastungsplatte und das Entlastungsverhältnis:

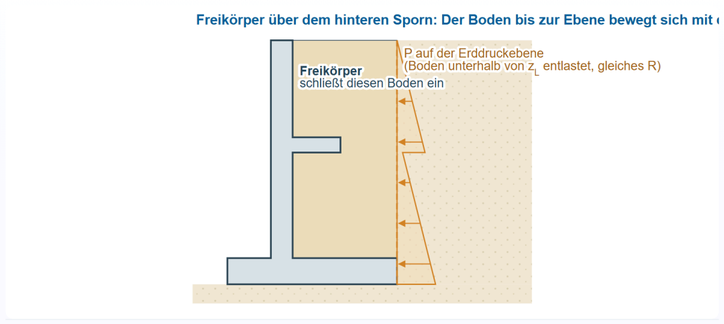
$$b_{kr} = (H - z_1)\,(\cot\alpha - \tan\beta_w) \qquad R = \min\left(\frac{L_s}{b_{kr}}, 1\right)$$

$$p(z) = K\,[\sigma'_v(z) - R\,\sigma'_v(z_L)] \qquad z > z_L \;\; (\text{unterhalb des Kragarms})$$

R = 1: zwei getrennte Dreiecke (vollständige Entlastung); R < 1: teilweise Entlastung, lineare Interpolation zwischen einer Stützwand ohne Entlastungsplatte und einer Stützwand mit vollständiger Entlastung. Nur der statische Erddruck aus dem **Bodeneigengewicht** wird entlastet; Auflast, Wasser und Erdbebenzuschlag werden nicht entlastet.

Das Moment der Last der Entlastungsplatte bezogen auf den Wandschaft wird dem Wandschaft nicht angerechnet (konservativ); die Entlastungsplatte ist unter ihrer eigenen Last eine gesonderte Konsole (M_{root}).





Aufgabe

BEISPIEL

Gegeben

Wand und Boden	**Die Stützwand aus Beispiel 1–4 (H = 4.0 m; statisch); horizontale Hinterfüllung,** $\varphi' = 30^\circ$
Kragarm	**Tiefe unter der Entlastungsplatte** $z_1 = 2.15$ **m (von der Wandkrone), Auskragung** $L_s = 1.00$ **m, Dicke** $t_s = 0.30$ **m**

GESUCHT

Der kritische Winkel α, die kritische Breite **b_{kr}**, **R**; die Änderung von V und M an der Basis des Wandschafts; äußere Standsicherheit.

Lösung (1/2)

LÖSUNG

1 Kritische Ebene und Breite (senkrechte Rückwand: $\beta_W = 0$)

$$\alpha = 45^\circ + \frac{\varphi'}{2} = 60.0^\circ \qquad b_{kr} = (4.0 - 2.15)\cot 60^\circ = 1.068\ \text{m}$$

$$R = \min(1.00/1.068,\ 1) = \mathbf{0.9362}\ \ (\text{teilweise Entlastung})$$

2 Einwirkungen an der Basis des Wandschafts (ohne Entlastungsplatte → mit Entlastungsplatte)

$$V:\ 61.33 \rightarrow 38.99\ \text{kN/m}\ \ (-\%36.4)$$

$$M:\ 90.67 \rightarrow 70.00\ \text{kN·m/m}\ \ (-\%22.8)$$

Lösung (2/2)

LÖSUNG

3 Kraglast und äußere Standsicherheit (gleiche Entlastung in der Druckebene)

$$W_{soil} = 43.3\ \mathrm{kN/m}, \quad W_{self} = 7.2\ \mathrm{kN/m}, \quad M_{root} = 25.25\ \mathrm{kN{\cdot}m/m}$$

$$FS_s:\ 2.03 \rightarrow 3.26 \qquad FS_o:\ 3.81 \rightarrow 5.28 \qquad e:\ 0.243 \rightarrow 0.094\ \mathrm{m}$$

Die Entlastungsplatte (L_s = 1.00 m < b_{kr} = 1.07 m: R = 0.94) verringert die Querkraft an der Wandschaftbasis um 36 % und das Moment um 23 %; Last und Gewicht der Entlastungsplatte werden der Wand zugerechnet: Gleiten FS 2.03 → 3.26, Ausmitte 0.243 → 0.094 m. Die Entlastungsplatte wird zudem an ihrem eigenen Ansatz für M_{root} = 25.3 kN·m/m bemessen.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Umfang der Lösung

THEORIE

Die äußere Standsicherheit betrachtet die Wand als einen einzigen starren Block; die **Schnittgrößen** (Wandschaft, vorderer Sporn, hinterer Sporn, Konsole, Schubnocke) werden aus den von diesem Modul gelieferten Einwirkungen gewonnen; die Stahlbetonbemessung (Bewehrung, Querkraft) liegt außerhalb dieser Präsentation.

Nichtbindige Hinterfüllung ($c' = 0$); einzelne Schicht, horizontale oder einfach geneigte Oberfläche; Wasserstand horizontal und hydrostatisch; Auflast gleichmäßig verteilt (Streifen- und Einzellasten werden über Boussinesq als seitliche Drücke ergänzt).

Sohlreibung $\mu_b = \tan \delta_b$; keine Adhäsion. Der vordere passive Erddruck wird nur beim Gleiten angesetzt; beim Kippen und beim Grundbruch wird er nicht verwendet; im Erdbebenfall wird er mit $\eta_{p,E}$ angesetzt (Standard 0).

Pseudostatisches Erdbeben: Mononobe–Okabe + Trägheit + hydrodynamisches Wasser; bei $k_v > 0$ werden beide Richtungen untersucht.

Die Entlastungsplatte und die Schubnocke werden mit vereinfachten Verfahren modelliert (Entlastungsplatte: teilweise/vollständige Entlastung, Schubnocke: kombinierter passiver Erdwiderstand); Geländebruch und Setzungen sind nicht Gegenstand der Betrachtung.

Zusammenfassung

Die wichtigsten Punkte

Wand: Fundamentplatte + Wandschaft; $W_c = \Sigma \gamma_c A_i$; der **hintere Sporn** und die vordere Überschüttung bewegen sich mit der Wand; der Erddruck wirkt in der vertikalen Ebene an der Hinterkante des Fundaments ($h = t_f + H$); Q_{heel} geht in keinen Nachweis ein

Nachweise aus demselben Kräfteverzeichnis: $FS_s = (\mu_b N + P_P)/\Sigma H$, $FS_o = \Sigma M_{res}/\Sigma M_{ov}$, x_R, e, $q = V/B(1 \pm 6e/B)$; falls $|e| > B/6$, dann $q_{max} = 2V/(3x_R)$

Erdbeben: P_{AE} (Mononobe–Okabe) + ΔP_{AE} bei 0.6h + Trägheitskräfte $k_h W$; die Beispielwand **versagt unter Erdbeben beim Gleiten und bei der Ausmitte** und ist erfüllt, wenn sie mit breiterem Sporn/Heel überarbeitet wird

Schnittgrößen: Wandschaft $V = K_a(\frac{1}{2}\gamma H^2 + qH)$, $M = K_a(\gamma H^3/6 + qH^2/2)$; vorderer und hinterer Sporn an der Wandschaftsseite eingespannt: Sohlpressung – Gewicht von Platte und Boden

Schubnocke: P_{key} aus dem kombinierten passiven Erddruck (beim Gleiten), V, M aus dem Brutto-K_p; im Erdbebenfall mit $\eta_{p,E}$

Entlastungsplatte: $b_{kr} = (H - z_1)(\cot \alpha - \tan \beta_w)$, $R = \min(L_s/b_{kr}, 1)$; unterhalb der Entlastungsplatte beginnt der Gewichtsdruck wieder; Wasser und Auflast werden nicht entlastet

Wasser: Gewicht mit γ_{sat} + getrennter rückwärtiger Wasserdruck; der Auftrieb verringert N′ und fügt Kippen hinzu (im Beispiel ist das statische Gleiten nicht erfüllt)

Literatur

Die drei Theorien des Moduls und die Quelle, deren Darstellung der geschlossenen Formen (Ka, Kp, KAE) das Handbuch folgt. Alles, was nicht aus ihnen abgeleitet ist, stellt eine Annahme dieses Moduls dar und ist im Text als solche gekennzeichnet.

Coulomb C.A. (1776) Essai sur une application des règles de maximis et minimis à quelques problèmes de statique relatifs à l'architecture. Mémoires de l'Académie Royale des Sciences 7, Paris.

Das B.M. (2016) Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning, Boston.

Mononobe N., Matsuo H. (1929) On the determination of earth pressures during earthquakes. Proceedings of the World Engineering Congress, Tokyo, 9:177–185.

Okabe S. (1926) General theory of earth pressure. Journal of the Japanese Society of Civil Engineers 12(1).

Rankine W.J.M. (1857) On the stability of loose earth. Philosophical Transactions of the Royal Society of London 147:9–27.

HINWEIS

Alle Zahlenbeispiele sind mit der eigenen Berechnungsengine des Moduls erzeugt; das Modul liefert dieselben Werte. Das schrittweise Beispiel auf der Modulseite ist ebenfalls diese Wand (H = 4 m, q = 10 kPa, k_h = 0.15).

GeoTerva

Geotechnische Berechnungen online

Von der Theorie zur Praxis

Geben Sie den Wandschaft, die Fundamentplatte, die Hinterfüllung, das Wasser, die Erdbebenbeiwerte, die Schubnocke und die Entlastungsplatte Ihrer eigenen Stützwand in GeoTerva ein; das Modul liefert das Kräfteverzeichnis, die Nachweise und die Schnittgrößen zusammen.

Modul öffnen →

Theorieseite →

Auf dem Smartphone öffnen

Die Beispielmodule erfordern keine Registrierung.

Falls Sie sie in Ihren Vorlesungen verwenden möchten: info@geoterva.com